



**UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA**

UNAN - MANAGUA

**FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA, MATAGALPA
UNAN-FAREM MATAGALPA**

SEMINARIO DE GRADUACIÓN

**Para optar al título de Licenciado en Ciencias de la Educación con mención
en Matemática**

TEMA

**Resolución de problemas en Geometría de Sólidos, aplicando Método de
Polya, décimo grado, departamento de Matagalpa, segundo semestre 2017.**

SUBTEMA

**Resolución de problemas en Área y Volumen de la Esfera, aplicando
Método de Polya, décimo grado, turno matutino, Instituto Nacional San
Ramón, Matagalpa, segundo semestre 2017.**

AUTORES

- **Br. Marlon Bismarck Montoya**
- **Br. Norvin Alexander Dávila Herrera**

TUTORA

MSc. Nesly de los Ángeles Laguna Valle.

Enero, 2018



**UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA**

UNAN - MANAGUA

**FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA, MATAGALPA
UNAN-FAREM MATAGALPA**

SEMINARIO DE GRADUACIÓN

**Para optar al título de Licenciado en Ciencias de la Educación con mención
en Matemática**

TEMA

**Resolución de problemas en Geometría de Sólidos, aplicando Método de
Polya, décimo grado, departamento de Matagalpa, segundo semestre 2017.**

SUBTEMA

**Resolución de problemas en Área y Volumen de la Esfera, aplicando
Método de Polya, décimo grado, turno matutino, Instituto Nacional San
Ramón, Matagalpa, segundo semestre 2017.**

AUTORES

- **Br. Marlon Bismarck Montoya**
- **Br. Norvin Alexander Dávila Herrera**

TUTOR(A)

MSc. Nesly de los Ángeles Laguna Valle.

Enero, 2018

INDICE

DEDICATORIA.....	i
AGRADECIMIENTO.....	ii
VALORACION DEL DOCENTE	iii
RESUMEN	iv
I. INTRODUCCION.....	1
II. JUSTIFICACIÓN.....	10
III. OBJETIVOS	12
3.1. Objetivo general	12
3.2. Objetivos específicos	12
IV. DESARROLLO DE SUBTEMA.....	13
4.1 Resolución de Problemas Matemáticos	13
4.2 Concepto de Ejercicio en Matemática	15
4.3 Concepto de Problema en Matemática	17
4.4 Diferencia entre ejercicio y problema en Matemática.....	21
4.5 Características de un problema Matemático	22
4.6 Clasificación de los problemas matemáticos.....	23
4.6.1 Problemas para resolver	23
4.6.2 Problemas para demostrar	24
4.6.3 Problemas de rutina.....	25
4.6.4 Problemas prácticos	26
4.7 Importancia de resolver problemas en matemática.....	28
4.8 Métodos de resolución de problemas.....	30
4.8.1. Modelo de Resolución de problemas de Miguel de Guzmán.....	30
4.8.2. Modelo de Resolución de problemas de Allan Schoenfeld.....	32
4.8.3. Modelo de Resolución de problemas de Mason	33
4.9 La esfera	35
4.9.1 Definición de esfera	36
4.9.2 Elementos de la esfera	37
4.9.3 Área de la esfera.....	37
4.9.4 Volumen de la esfera	39
4.10 Método de Polya para resolver problemas Matemáticos.....	41

4.10.1	Reseña biográfica de George Polya	41
4.10.2	Concepto del método de Polya	42
4.10.3	Propósito del método de Polya	44
4.10.4	Pasos del método de Polya	46
V.	Propuesta Metodológica de Resolución de problemas en Área y Volumen de la Esfera aplicando el Método de Polya	55
VI.	Conclusiones	79
VII.	Bibliografía.....	81
VIII.	Anexos	

DEDICATORIA

En primer lugar, nuestra dedicatoria a Dios que es el Maestro de maestros, quien ha sido nuestra fortaleza y nos regaló la dicha de presentar este trabajo. Gracias Señor, por habernos iluminado con tu sabiduría durante nuestros estudios.

A nuestros padres por todos aquellos valores éticos y morales que inculcaron, de igual manera por habernos brindado su confianza y su apoyo incondicional. A los que somos dignos de mencionar:

Br. Marlon Bismarck Montoya

Dedicatoria a mi mamá:

- Reyna Montoya Alvarado.

Br. Norvin Alexander Dávila Herrera

Dedicatoria a mi mamá y papá:

- Blanca Nubia Herrera Urrutia.
- José Paulino Dávila García.

A nuestros hermanos y hermanas porque nos dieron palabras de aliento y apoyo en lo más que ellos pudieron.

A los maestros de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua UNAN-Managua, FAREM Matagalpa, por su incondicional entusiasmo por la educación matagalpina y empeño en nuestro desarrollo profesional.

A todos los que nos apoyaron en el transcurso de la carrera brindándonos confianza y palabras motivadoras, además de su apoyo incondicional, a los cuales no nombramos porque no terminaríamos de escribir esta dedicatoria.

GRACIAS.

AGRADECIMIENTO

“Daría todo lo que sé por la mitad de lo que ignoro”. Rene Descartes

Agradecemos profundamente y de corazón a nuestro Dios y señor, por habernos permitido llegar a este momento, el cual era muy anhelado.



Agradecemos a todo el cuerpo docente de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua UNAN-Managua, FAREM Matagalpa, en especial a nuestra tutora MSc. Nesly de los Ángeles Laguna Valle, por su dedicación, paciencia y entusiasmo brindada en cada asesoría, estimada maestra gracias por todo el apoyo brindado y por sus valiosas orientaciones durante el desarrollo de esta investigación.

De igual manera agradecemos profundamente a la docente MSc. Mercedes Mendoza Torres por su dedicación y entrega en el proceso de investigación de nuestro protocolo, paso fundamental para poder llevar a cabo el proceso investigativo de nuestro trabajo documental, seminario de graduación.

A todos los que de una u otra forma contribuyeron con su grandioso esfuerzo.

VALORACION DEL DOCENTE

Por este medio avalo la entrega para su debida defensa ante el tribunal examinador del informe final del seminario de graduación para optar al título de Licenciado en Ciencias de la Educación con mención en Matemática, que lleva por nombre:

Resolución de problemas en Geometría de Sólidos, aplicando Método de Polya, décimo grado, departamento de Matagalpa, segundo semestre 2017.

Subtema

Resolución de problemas en Área y Volumen de la Esfera, aplicando Método de Polya, décimo grado, turno matutino, Instituto Nacional San Ramón, Matagalpa, segundo semestre 2017.

Autores

Br. Marlon Bismarck Montoya. N° Carné: 13066121

Br. Norvin Alexander Dávila Herrera. N° Carné: 13060390

Considero que el informe final reúne los requisitos básicos establecidos en el Reglamento de la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, UNAN-Managua, se ha cumplido con la metodología propuesta para desarrollar el seminario, así mismo la estructura obedece a lo contemplado en la normativa de la Universidad.

MSc. Nesly de los Angeles Laguna Valle

Tutora

UNAN Managua, FAREM Matagalpa

RESUMEN

El abordaje de la Geometría de Sólidos requiere de la implementación de Métodos para la resolución de problemas en Área y Volumen de temas como el de la Esfera, los cuales permitan una mejor comprensión en el estudiante y a su vez estos puedan desarrollar el análisis crítico.

Esta investigación aborda la problemática con el propósito de analizar la aplicación del método de Polya en la resolución de problemas en Área y Volumen de la Esfera, décimo grado, turno matutino, Instituto Nacional San Ramón, Matagalpa, segundo semestre 2017.

Esta investigación, adquiere relevancia por tener gran influencia en el desarrollo de los estudiantes, sobre todo en las capacidades relacionadas con la comunicación y relación con el entorno. Los problemas equipan a los estudiantes con un potente conjunto de herramientas las cuales aportan a su desarrollo intelectual y su capacidad de análisis.

Con esta investigación se verificó que los problemas que se están resolviendo, relacionados al Área y Volumen de la Esfera con estudiantes de décimo grado son problemas de rutina. Se identificó que los problemas se realizan de forma inmediata siguiendo una serie de pasos o algoritmos que permiten llegar a una solución de forma más rápida. En la resolución de problemas el docente no aplica el Método de Polya, esto se debe a la falta de conocimiento sobre cómo se realiza su proceso de aplicación. Por tal razón fue necesario realizar una Propuesta Metodológica de Resolución de problemas en Área y Volumen de la Esfera aplicando el Método de Polya.

I. INTRODUCCION

La presente investigación se basa en el tema de resolución de problemas en Área y Volumen de la Esfera, aplicando Método de Polya, décimo grado, turno matutino, Instituto Nacional San Ramón, Matagalpa, segundo semestre 2017.

La problemática seleccionada es de interés y de mucha importancia en el sector educativo, ya que en ella se presentará una propuesta de resolución de problemas que se podrá emplear para resolver diferentes situaciones problemáticas que se presentan en el tema de estudio. La investigación servirá, para un mayor asentamiento de conceptos, motivación y componente social contribuyendo un recurso de apoyo al quehacer docente.

La resolución de problemas en la asignatura de matemática en instituciones escolares debe de realizarse reconociendo que el estudiante aprenda interactuando en su entorno y tomando de él los elementos esenciales que sirven para dar respuestas a una infinidad de problemas, por tal razón la investigación es fundamental para desarrollar en el estudiante habilidades como la reflexión, el análisis y el razonamiento lógico.

Para que se produzca un aprendizaje no basta con que el material a aprender sea potencialmente significativo, sino también se considera necesario que el estudiante tenga conocimientos básicos previos que le permitan asimilar el nuevo aprendizaje, así mismo deben tener hábitos de estudio, un mayor esfuerzo y nivel de atención, lo que debe permitir la suficiente profundización de los temas. De igual forma el docente al impartir la clase debe de iniciar con temas que sean de interés y significativos para llamar la atención y motivación del estudiante.

Generalmente el proceso de enseñanza aprendizaje de matemática en unidades de estudio como Geometría de sólidos se ha desarrollado desde hace muchos años de forma tradicional; en la que probablemente se han abordado temas sin profundizar el contenido científico de la unidad y sin resolver problemas modestos que pongan a prueba la curiosidad que induce a desarrollar las facultades inventivas en los estudiantes. Experiencias como estas, a una edad conveniente, pueden reforzar una afición para el trabajo intelectual de los aprendices.

El avance científico de la Geometría de sólidos refleja el carácter dinámico vivo de las ciencias que se encuentran en continuo avance, ya que cada día se incorporan nuevos conocimientos y aplicaciones en problemas de la vida real. Por ello creíblemente, los profesores de matemáticas del Instituto Nacional San Ramón tienen una gran oportunidad al poner a prueba la curiosidad de sus aprendices, planteándoles problemas adecuados a sus conocimientos y ayudando a resolver mediante preguntas estimulantes. “La pregunta estimulante despierta el gusto por el pensamiento independiente y proporciona ciertos recursos para ello” Polya (1965, p. 5).

La Geometría de sólidos está dividida en subtemas y uno de estos es el estudio de la esfera, tema que no se aborda de forma completa en el centro escolar, por: limitaciones de tiempo, falta de consultas bibliográficas y pocos hábitos de investigación por parte de los estudiantes.

A pesar de ser una temática que destaca la relación estrecha que existe entre los conceptos geométricos y sus aplicaciones en el mundo que les rodea, dicha oportunidad se pierde por el enfoque rutinario con que trabaja el docente, además de que se ha convertido durante los últimos años en una tarea ampliamente compleja de realizar, ya que de acuerdo con el programa de asignatura se debe abordar al final del año escolar.

Por otra parte, las dificultades de entendimiento de los alumnos de décimo grado que reciben el tema de la esfera, se ven reflejadas por las estrategias y métodos que el docente utiliza para la resolución de problemas, no optando por otras metodologías y tomar en cuenta los conocimientos ya adquiridos a los nuevos. Si no se amplía el horizonte de la Geometría con temas específicos como la esfera, los estudiantes se verán en una complejidad que no podrán entender y comprender las matemáticas y no podrán relacionarlo de igual forma con la vida cotidiana.

El abordar el tema de la Esfera de forma tradicional y sin planeamientos didácticos en el instituto donde se lleva a cabo la investigación, influye en el aprendizaje del estudiante, ya que se pierde la iniciativa, su muestra de curiosidad y no consideran los problemas como una oportunidad de aprender, sino como un obstáculo. Con el enfoque de resolución de problemas en la esfera seguramente el aprendiz puede descubrir que un problema de Matemática puede ser tanto o más divertido que un juego de fútbol.

Es común que muchos de los estudiantes no realizan consultas bibliográficas para retroalimentar el conocimiento adquirido en el aula de clase, por lo que los docentes se encuentran con frecuencia frente a exigencias cambiantes e innovadoras de estrategias. Como es sabido, en el Instituto Nacional San Ramón se cuenta con un suministro amplio de bibliografía en el área de matemática y es deber de los docentes dar a conocerla con el propósito de que este recurso didáctico sea debidamente aprovechado en la utilización del tema de la Esfera.

El propósito de la presente investigación es analizar la aplicación del método de Polya en la resolución de problemas en Área y Volumen de la Esfera con estudiantes de décimo grado del Instituto Nacional San Ramón.

La resolución de problemas en Área y Volumen de la Esfera aplicando el método de Polya es un tema que destaca la relación estrecha que existe entre los

conceptos geométricos y sus aplicaciones en la vida real. Es un pequeño tesoro para los maestros y estudiantes de Matemática, por el cual como soporte a esta investigación se citan algunos trabajos internacionales y nacionales de investigaciones anteriores como aporte a la línea de investigación.

Escalante (2015), investigó sobre el Método Polya en la resolución de problemas Matemáticos, Estudio realizado con estudiantes de quinto de primaria, sección "A", de la Escuela Oficial Rural Mixta "Bruno Emilio Villatoro López", municipio de La Democracia, departamento de Huehuetenango, Guatemala.

El estudio permitió concluir que la mayoría de los estudiantes de quinto de primaria de la Escuela Oficial Rural Mixta "Bruno Emilio Villatoro López" del municipio de la Democracia, Huehuetenango; demostraron progreso en la resolución de problemas en el curso de Matemática, con tendencias a seguir mejorando en las siguientes clases después de la aplicación del método.

Por otra parte, también se concluyó que el método Polya dentro de la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática ayuda a despertar el interés en el estudiante y disminuir el temor al momento de resolver problemas matemáticos lo cual es un reto para el docente, porque constituye un proceso continuo que se enriquece a través de la práctica y ejercitación de problemas en Matemática.

Peña (2015), investigó sobre el Método de Polya en el diseño de la estrategia para facilitar la resolución de problemas relacionados con figuras planas, propuesta dirigida a tercer año de educación secundaria, Liceo Bolivariano de Valera, municipio de Valera. Se encontró que los docentes solo hacen revisión del resultado obtenido y no de los pasos realizados para llegar al resultado. Le falta aplicación de estrategias y métodos específicos que permitan comprender el enunciado del problema del contenido de figuras planas.

Para la presente investigación como antecedente nacional se encontró un seminario de graduación que lleva como tema Los modelos de resolución de problemas aplicados en algebra y funciones en educación secundaria, departamento de Jinotega y Matagalpa, segundo semestre 2013.

Centeno y Cabezas (2013) investigaron sobre el lenguaje algebraico aplicado en modelos para la resolución de problemas matemáticos en noveno grado, centro escolar publico molino sur, Sébaco, Matagalpa, segundo semestre 2013 donde se concluyó que los errores más frecuentes que cometen los estudiantes en la aplicación del lenguaje algebraico en la resolución de problemas son: poco dominio de las propiedades, traduce incorrectamente el enunciado, aplicación incorrecta de aprendizajes, estos errores debido a ausencia de conocimientos previos.

Dentro de las actitudes positivas que se destacan están: disposición para aprender y cumplimiento de orientaciones, en cuanto a las actitudes negativas predominantes están: frustración, nerviosismo y miedo ante el resultado. Por otra parte, el modelo que más se utiliza y recomienda a estudiantes y docentes según encuestas y observación del trabajo investigativo es el modelo de Polya que consta de los siguientes pasos: comprensión del enunciado, concebir un plan, ejecutar un plan y visión retrospectiva.

Kraudy y Hernández (2013) trabajaron sobre los modelos de resolución de problemas de ecuaciones lineales con una variable, octavo grado, turno matutino, Instituto Nacional de la Dalia, Matagalpa, segundo semestre 2013 en el cual se concluyó que el proceso de enseñanza aprendizaje de ecuaciones lineales con una variable, se desarrolló bajo un enfoque tradicional. Durante el proceso de enseñanza aprendizaje de ecuaciones lineales con una variable no se resolvieron problemas de aplicación debido a que solo se resolvieron ejercicios, el enfoque constructivista se está aplicando, pero no se está desarrollo adecuadamente porque los estudiantes no resolvían problemas.

Así mismo Rivera y Altamirano (2013) realizaron un trabajo sobre modelos de resolución de problemas de inecuaciones lineales y cuadráticas, undécimo grado, centro escolar José Dolores Rivera, Jinotega, segundo semestre 2013 donde se concluyó que el proceso de enseñanza aprendizaje de inecuaciones lineales y cuadráticas se desarrollan bajo el enfoque constructivistas en el que se resolvían problemas de aplicación y se aplicaba el Método de Polya. Además, durante la resolución de problemas de aplicación en inecuaciones lineales y cuadráticas se implementaba el modelo de Polya, sin embargo, el modelo no se identificaba y no se daba a conocer a los estudiantes.

Según Alcántara y Alcántara (2016) en su monografía trabajaron Modelos de resolución de problemas aplicados durante el proceso de enseñanza aprendizaje de los números enteros con estudiantes del séptimo grado F y G, turno vespertino, Instituto Nacional Eliseo Picado, departamento de Matagalpa, Municipio Matagalpa, primer semestre 2016, concluyeron que el proceso de enseñanza aprendizaje de números enteros se resuelven problemas relacionados el al contenido, estos en su mayoría son adaptados a la vida cotidiana del estudiante.

Por otra parte, el docente que resolvió problemas con los números enteros utilizó el modelo de resolución de problemas propuesto por Polya, sin embargo, no se mencionaron los pasos ni el nombre del modelo aplicado.

De modo que, para esta investigación que se desarrolló no se encontraron trabajos realizados directamente relacionados con Geometría de sólidos, solamente algunos con la aplicación de modelos de resolución de problemas y método de Polya.

El enfoque de la investigación es cuantitativo, debido a que se procesó estadísticamente la información que se obtuvo a través de diferentes técnicas de recolección de datos, lo que permitió evaluar las variables principales a estudiarse en la resolución de problemas en Área y Volumen de la Esfera, aplicando Método de Polya, este se basó en hechos que pusieron a prueba las teorías abordadas en el desarrollo del subtema en el proceso investigativo.

La investigación es de tipo descriptivo, en esta se analizó la resolución de problemas en Área y Volumen de la Esfera con la aplicación del método de Polya, de tal forma que se recolectó la información que permitió identificar, describir, determinar y proponer la resolución de problemas en la que se puso a prueba el conocimiento del estudiante.

Es una investigación no experimental de tipo transversal porque el estudio se encuentra delimitado en un tiempo establecido (segundo semestre 2017) para su análisis. No hubo manipulación intencional de las variables consideradas para este estudio, pero si se observó contextualmente el fenómeno de interés para poder encontrar un conjunto de evidencias que le dieran respuesta a cada uno de los objetivos planteados.

Se utilizó el método teórico científico a partir de la búsqueda de antecedentes y fundamentación documental, así como la aplicación del método empírico durante la etapa de recolección de la información, esto mediante el uso de instrumentos aplicados durante el desarrollo del contenido de la esfera. La aplicación de los instrumentos permitió recolectar información acerca del tema de interés, logrando así realizar un análisis exhaustivo que permitió relacionar los resultados obtenidos con el desarrollo del subtema y darle respuesta a cada uno de los objetivos de investigación.

La población encuestada se conformó por 77 estudiantes de secundaria de décimo grado del Instituto Nacional San Ramón. Por otra parte, se contó con la participación del docente que imparte la asignatura al cual se le aplicó una

entrevista. Las características que se tomaron en cuenta para elegir la población fueron, ser cursante del décimo grado y estudiar en el Instituto Nacional San Ramón. La muestra es probabilística se obtuvo con un error de estimación del 8% de la población, para estimar la cantidad de muestra a encuestar se utilizó la siguiente fórmula:

$$n = \frac{N \times p \times q}{(N - 1) \times D + p \times p}$$

$$D = \frac{B^2}{4}$$

Datos para calcular la muestra:

$$N = 77 \quad p = q = 0.5 \quad B = 0.08$$

N: es el universo.

P y q: son proporciones probabilísticas, general mente no conocidas.

D: son constantes que involucran error $D = \frac{B^2}{4}$

B: margen de error permisible entre 0.01 y 0.10 (se aplicará un margen de 0.08 que significa el 8% de error).

$$n = \frac{77(0.5)(0.5)}{(77 - 1) \frac{(0.08)^2}{4} + (0.5)(0.5)} \approx 52$$

Esto indica que el tamaño de la muestra corresponde a Cincuenta y dos estudiantes, con los que se investigó el tema de interés. Así mismo la muestra resultó probabilística por el empleo de la fórmula y para conocer el total de estudiantes a encuestar se aplicó la proporcionalidad entre ambas secciones según el universo en estudio.

Sección	N	n
A	37	25
B	40	27
Total	77	52

Para este estudio se elaboró una guía de observación, que consistió en determinar los aciertos y desaciertos acerca de los conocimientos adquiridos en la resolución de problemas en Área y Volumen de la Esfera.

En tal sentido se dispondrá también de dos cuestionarios, una encuesta con modalidad de preguntas cerradas, diseñadas de dos formas una con dos respuestas: sí o no; y otra con tres opciones, destinada a los estudiantes, con la finalidad de obtener todo lo referente al desarrollo del subtema de la investigación.

Por otra parte, la entrevista comprendida por 7 ítems, dirigido al docente, fue diseñada con la finalidad de obtener su opinión en cuanto a la resolución de problemas en Área y Volumen de la Esfera. Además, el cuestionario aplicado al docente busca en base a su opinión determinar si la aplicación del método de Polya permite al estudiante un aprendizaje significativo.

Para procesar la información de la encuesta se construyó una base de datos en el programa SPSS, para la elaboración de gráficos representados en porcentajes y tablas de resumen estadísticos de los datos. En el caso de la entrevista y la encuesta se extrajeron las ideas principales de la información.

Las variables de estudio son: Resolución de problemas de la Esfera (Independiente) y Método de Polya (dependiente).

II. JUSTIFICACIÓN

La presente investigación referente a la Resolución de problemas en área y volumen de la Esfera con la aplicación del Método de Polya, en la unidad de estudio de Geometría de sólidos, es sumamente interesante, porque posiblemente además del aspecto nuevo que presenta en Matemática, “su proceso de invención como ciencia experimental e inductiva proporciona los procedimientos originales del cómo se llegó a la solución” (Polya, 1965, p. 1).

El abordaje de la Geometría de sólidos en el proceso específico de subtemas como la Esfera, requiere probablemente de la implementación de métodos, como plantear y resolver problemas, en el que se pueda experimentar el encanto del descubrimiento y desarrollo cognitivo del aprendiz. Esto constituye una actividad privilegiada para introducir a los estudiantes en las formas propias del quehacer de las matemáticas para promover aprendizajes significativos.

Se puede considerar que esta situación amerita investigación, debido a que es una problemática que puede repercutir directamente en el proceso de aprendizaje en la matemática, tratándose de estudiantes de turno matutino y que corresponde a un tema del segundo semestre de la secundaria; además que puede resultar interesante saber a qué se debe la poca resolución de problemas en Área y Volumen de la Esfera.

Esta investigación, adquiere relevancia por tener gran influencia en el desarrollo del estudiante, sobre todo en las capacidades relacionadas con la comunicación y relación con el entorno en la resolución de problemas relacionados con la Esfera. Tiene carácter de importancia por el hecho de referirse a una problemática de la cual abarca a la mayoría de los docentes del área, además se quiere saber cómo se está desarrollando la resolución de problemas en Área y Volumen de la Esfera, aplicando el método de Polya.

De igual manera es un tema de gran impacto en el ámbito de la matemática por el hecho de ser relevante en el desarrollo del conocimiento del estudiante, abordaje y asimilación de los problemas, por cuanto la enseñanza incluye la acción de aprender. Existe factibilidad, porque es una situación que probablemente esta contextualizada en el Instituto Nacional San Ramón, Matagalpa y puede llevarse a cabo un trabajo de campo para la investigación, los informantes claves están dentro del mismo contexto, existe acceso a la información tanto con docentes, estudiantes y delegación MINED San Ramón.

La investigación es viable ya que hay recursos humanos disponibles, se puede realizar en un tiempo prudencialmente corto, hay materiales y recursos que no son altamente costosos para abordar la situación en su etapa de búsqueda de información, el acceso y procesamiento a la información estaría disponible en un tiempo determinado, segundo semestre 2017.

Esta investigación será de mucha utilidad como referencia bibliográfica para futuras investigaciones en cuanto a temas relacionados con, Resolución de problemas en Área y Volumen de la Esfera, aplicando Método de Polya en Geometría de Sólidos.

Con esta investigación se beneficiará a estudiantes de décimo grado y docentes del Instituto Nacional San Ramón, Matagalpa que reciben la unidad Geometría de sólidos y el tema de la Esfera, así como estudiantes de Ciencias de la Educación en la especialidad de Matemática en UNAN- FAREM Matagalpa.

III. OBJETIVOS

3.1. Objetivo general

Analizar la aplicación del método de Polya en la resolución de problemas en Área y Volumen de la Esfera, décimo grado, turno matutino, Instituto Nacional San Ramón, Matagalpa, segundo semestre 2017.

3.2. Objetivos específicos

1. Identificar los problemas que se están resolviendo, relacionados al Área y Volumen de la Esfera, décimo grado, turno matutino, Instituto Nacional San Ramón, Matagalpa, segundo semestre 2017.
2. Describir el proceso de resolución de problemas sobre Área y Volumen de la Esfera, décimo grado, turno matutino, Instituto Nacional San Ramón, Matagalpa, segundo semestre 2017.
3. Determinar la aplicación del método de Polya en la resolución de problemas sobre Área y Volumen de la Esfera, décimo grado, turno matutino, Instituto Nacional San Ramón, Matagalpa, segundo semestre 2017.
4. Proponer resolución de problemas de aplicación, relacionados al cálculo de Área y Volumen de la Esfera, aplicando el Método de Polya.

IV. DESARROLLO DE SUBTEMA

La fundamentación teórica es el punto de partida de toda la investigación en donde se abordarán las principales teorías de acuerdo al orden de las variables de estudio que son Resolución de problemas de la Esfera (independiente) y Método de Polya (dependiente).

4.1 Resolución de Problemas Matemáticos

Dallura (2008, p.45) afirma que “un alumno no hace Matemática sino se plantea y resuelve problemas”. En la actualidad se considera esencial la resolución de problemas y la reflexión sobre los mismos, ya que estos llevan al individuo a despertar un espíritu crítico y reflexivo, es decir la resolución de problemas induce a un análisis minucioso del mismo, ya que se necesita reconocer y ordenar los datos correctamente, esto permitirá un resultado o una respuesta satisfactoria. Se dice que la resolución de un problema implica la comprensión lectora, es decir, se debe analizar lentamente y paso a paso el problema cuantas veces sea necesario de modo que permita identificar datos y llegar a una adecuada solución.

Los problemas son el centro de la ciencia matemática en la medida en que su resolución permita elaborar nuevos conceptos relacionados con otros ya conocidos, modificar viejas ideas, inventar procedimiento; es decir, si se pone en juego la capacidad de interpretación y la relación de concepto.

Polya (1965) cuando los alumnos se disponen a resolver un problema deberán superar diferentes tipos de dificultades:

- Interpretar el enunciado –supone la comprensión lectora
- Identificar los datos, descartar los superfluos y seleccionar los que necesitara para resolver el problema;
- Relacionar los datos y traducir el enunciado en lenguaje simbólico.
- Descubrir las incógnitas de plantear y resolver la o las operaciones

- Elaborar la respuesta.
- Estimar el resultado como problema y verificarlo.

Es decir, se entiende por problema una situación específica que se puede expresar en forma matemática y en la que se deducen las incógnitas a partir de ciertas relaciones entre los datos que la situación ofrece. Una de las dificultades más comunes es la comprensión del enunciado. Se realizarán entonces actividades que favorecerán la comprensión lectora vinculadas con la resolución de problemas pueden ser: elaborar las preguntas de los problemas en función de los datos existentes; redactar situaciones problemáticas a partir de los datos relacionados con la vida cotidiana, resolver situaciones problemáticas por procedimientos equivalentes, utilizando gráficos; analizar diversas soluciones para un mismo problema; buscar el error en un problema resuelto.

Todos los estudiantes afirman que el docente resuelve problemas matemáticos en el desarrollo de la clase, lo cual no se confirmó con la observación ya que durante el contenido de la esfera el docente únicamente resolvió problemas de rutina, los cuales no presentaban ninguna dificultad para el estudiante, este solo bastaba con conocer y aplicar las fórmulas ya dadas siguiendo pasos preestablecidos.

Por otra parte, el docente entrevistado confirmó que no resuelve problemas muy complejos en el tema de la Esfera, aun sabiendo que el fin de resolverlos es relacionar la teoría con la práctica y desarrollar la capacidad de análisis y comprensión de los aprendices en el porqué de las situaciones que a diario se viven en el medio.

El docente al resolver únicamente problemas de rutina con sus estudiantes los está privando de desarrollar sus capacidades básicas como el análisis crítico, la comprensión y el razonamiento lógico, lo cual es fundamental para crear conceptos. Para hacer esto posible el docente debería relacionar el contenido de

la Esfera con objetos que sean comunes en el medio en que se desarrolla el discente.

4.2 Concepto de Ejercicio en Matemática

De acuerdo con López (1989, p.60) “Un ejercicio Matemático es un enunciado rutinario que sirve para comprender la teoría o los procedimientos generales”. Es decir, se considera que el enunciado de un ejercicio es más sencillo que el de un problema, facilitando al estudiante la solución inmediata; al solo sustituir datos en una fórmula que ya está dada; sin embargo, le impide desarrollar sus capacidades fundamentales que contribuyen a su desarrollo intelectual como es el análisis, la comprensión entre otros. Además, en un ejercicio su enunciado no suele hacer referencia al mundo real, sino solo al concepto matemático.

Uno de los dilemas de la enseñanza de Matemática ha sido si un ejercicio matemático debe llamarse problema. A esta inquietud Polya (1965) responde con el siguiente argumento: “Un problema es definido como tal cuando no tiene una solución inmediata, sin embargo, hay infinidad de ejercicios matemáticos que no tienen una solución inmediata y que requieren de más recursos meta cognitivos para resolverse” (p.13).

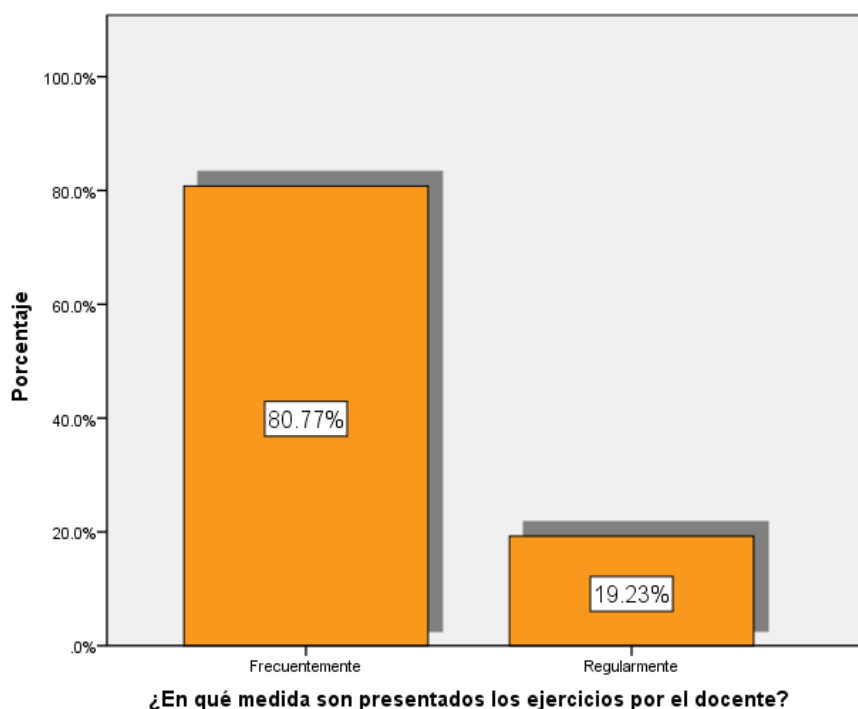
En este caso se refiere que en un problema rutinario sólo se necesita de un procedimiento con una serie de pasos ordenados. Es importante mencionar que un problema no es únicamente aquel que tiene un enunciado largo, sino que se basa en presentar un reto para el estudiante y le permita pensar en un proceso para poder resolverlo.

De acuerdo con Polya (1965) afirma que antes de que el profesor seleccione los problemas que resolverán sus alumnos, es fundamental que considere lo siguiente:

- ❖ Que los temas hayan sido abordados de manera significativa.
- ❖ Que la enseñanza de los conceptos del tema haya sido clara, así como los algoritmos de los ejemplos resueltos por el profesor.
- ❖ Dosificar los problemas, tanto para la explicación de procedimientos como para aquéllos que resolverá el alumno.
- ❖ Ofrecer al aprendiz estrategias para resolver problemas al momento que se explican los procedimientos.
- ❖ Motivar al alumno constantemente por pequeños que sean sus logros o progresos.

Hacer ejercicios es muy valioso en el aprendizaje de las matemáticas ya que ayudan a aprender conceptos, propiedades y procedimientos entre otras cosas, los cuales se pueden aplicar cuando se enfrenta a la tarea de resolver problemas.

Gráfico 1: Resolución de ejercicios.



Fuente: Resultados de la investigación.

De acuerdo a la encuesta aplicada 42 estudiantes de la muestra consideran que el docente presenta ejercicios frecuentemente, en cambio los 10 restantes afirman que son presentados solo regularmente.

Los ejercicios deben considerarse importantes ya que permiten que el estudiante ponga en práctica conocimientos, pero no se debe limitar a estarlos resolviendo siempre, ya que estos no le permiten desarrollar totalmente capacidades fundamentales que le servirán en diferentes situaciones a lo largo de su vida. Es fundamental permitir a los estudiantes enfrentarse a situaciones que lo hagan pensar y los ejercicios como tal no son la forma de lograr en el discente el desarrollo de esas capacidades, sino que la vía más efectiva para esto es llevarlo a la resolución de problemas lo cual quizás al inicio le parezca difícil o aburrido, pero después puede convertir en atractivo e interesante para él.

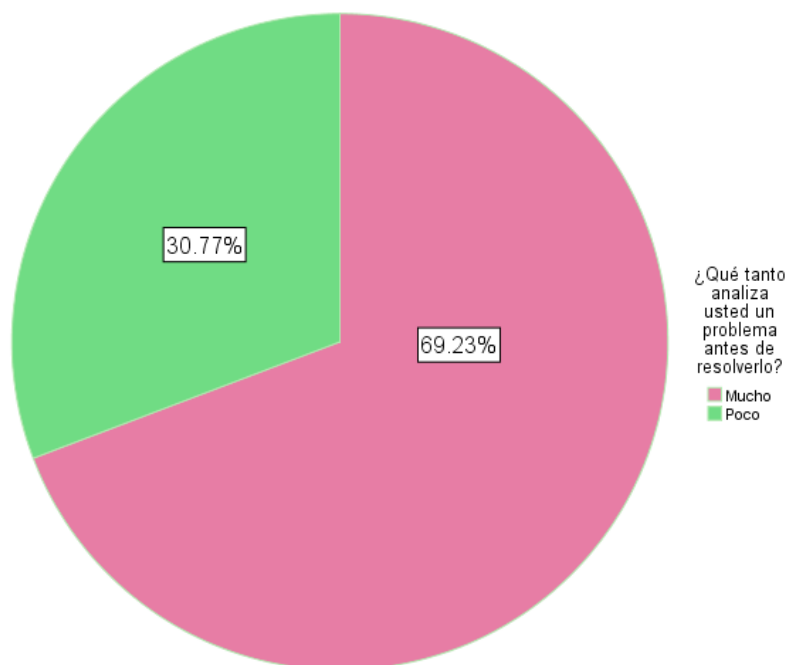
El docente entrevistado define como ejercicio al cálculo de cantidades numéricas aplicando una fórmula, mientras que resolver un problema requiere de aplicar un análisis para después deducir datos y descubrir la fórmula o procedimiento a utilizar; sin embargo, no toma en cuenta esa importancia de resolver problemas, y las numerosas ventajas que esto trae para el estudiante, ya que se observó que desarrolló el contenido de la Esfera únicamente aplicando problemas de rutina en lo que el estudiante no tenían que pensar mucho para llegar a una solución.

4.3 Concepto de Problema en Matemática

De acuerdo con Corso y Lamenza (2006, p.25) afirma que “Un problema es un proceso que implica tomar decisiones y la posibilidad de conocer directamente las consecuencias de esas decisiones a fin de modificarlas si fuera necesario, para adecuarlas al logro del objetivo perseguido”. Es decir, es un reto adecuado a las capacidades del sujeto que debe resolverlo, el cual permite utilizar conocimientos anteriores y recurrir a estrategias que corresponden a diversos puntos de vista.

El verdadero valor del Pensamiento crítico consiste en las posibilidades de ampliar la simple resolución de un problema a un horizonte de posibilidades en donde tiene cabida la reflexión sobre las consecuencias e implicaciones de los procesos.

Gráfico 2: Análisis de la resolución de problemas



Fuente: Resultados de la investigación.

Un total de 36 estudiantes encuestados consideraron que para resolver un problema se debe analizar en un periodo de tiempo que le permita comprenderlo y llevar a cabo un plan que le permita entender la solución. La meta general de la resolución de problemas es la de mejorar la confianza del estudiante en su propio pensamiento, potenciar las habilidades y capacidades para aprender, comprender, favorecer la consecución de un grado elevado de autonomía intelectual que le permita continuar su proceso de formación y contribuir al desarrollo de las competencias básicas.

Sin embargo, 16 de los aprendices respondieron incorrectamente, ya que es necesario realizar el análisis de cada problema para lograr su comprensión y extraer los datos, es decir, sin la lectura del problema es imposible poder resolver

el enunciado del mismo. Lo fundamental es lograr que el docente haga el uso de un método que le permita profundizar en el contenido de estudio ya sea en el caso de la Esfera.

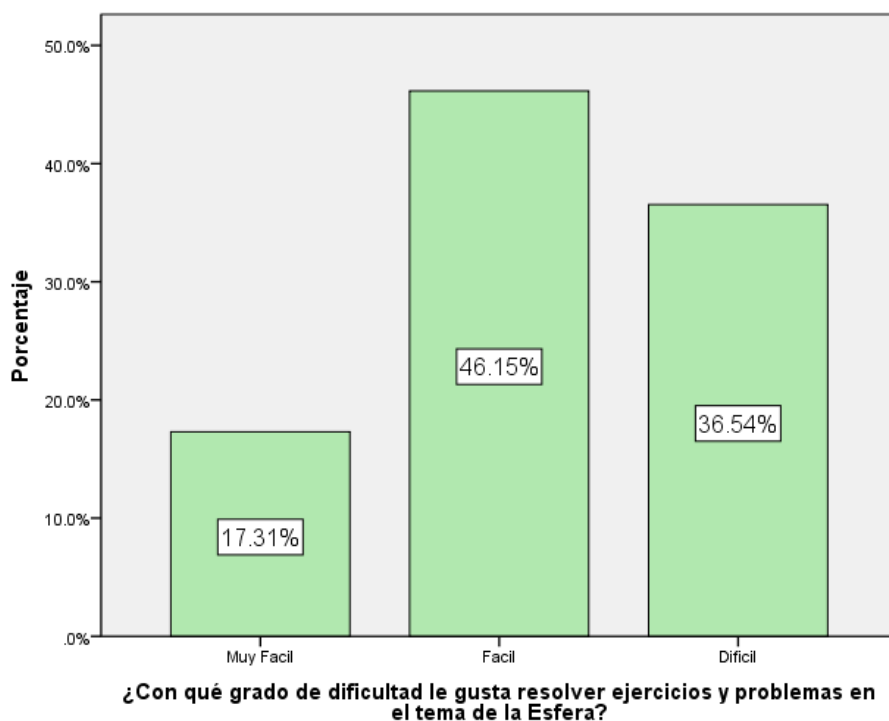
Según Polya (1965, p.12) “Un problema es definido como tal cuando no tiene una solución Inmediata”. Se refiere a que el individuo debe poner en práctica sus habilidades de análisis crítico y reflexivo para llegar a la solución de este, es decir, no es un proceso rutinario, el cual solo se debe seguir pasos y algoritmos preestablecidos; si no que exige hacer una pausa para analizar detalladamente la situación problemática.

La premisa básica es que el aprendizaje es un proceso de construcción del nuevo conocimiento sobre la base del previo, ya que el conocimiento se desarrolla mediante el reconocimiento y aceptación de los procesos sociales y de la evaluación de las diferentes interpretaciones individuales que se hacen sobre la misma realidad, situación o fenómeno.

De acuerdo con Rubio (2004, p.143) explica que “Los buenos problemas requieren soluciones multidisciplinarias que fomenten en los estudiantes las habilidades de comunicación al presentar sus planes al resto de la clase”. Si se pretende que los aprendices se comprometan en el aprendizaje, el primer requisito de los problemas planteados es que sean interesantes, atractivos, para ello es conveniente que estén estructurados de forma insuficiente, de manera que algunos aspectos puedan ser definidos por los propios estudiantes.

Para esto se requiere un tipo de estudiante dispuesto a responsabilizarse de su propio aprendizaje y en correspondencia, un profesor que esté dispuesto a asumir su función mediadora, generando un contexto que estimule la participación y entienda el error como fuente de aprendizaje. Es decir que los errores son un motivo para que el estudiante tome el reto de guiar su propio aprendizaje con actividades que generen el pensamiento crítico e innovador.

Gráfico 3: Dificultad de resolver ejercicios y problema en el tema de la Esfera.



Fuente: Resultados de la investigación

A 9 de los estudiantes les gusta resolver problemas muy fáciles en el cual solo necesitan conocer una fórmula para sustituir datos y llegar a la solución. Este tipo de problemas no despierta el interés en los aprendices ya que no necesitan de un estudio minucioso para llegar a la solución, de igual manera 24 consideran que resolver ejercicios debe ser con un grado de dificultad fácil, algo que sin duda afectaría el análisis crítico y el desarrollo de un proceso ordenado que deberían llevar a cabo cada discente en la resolución de ejercicios referentes a la esfera.

Por otra parte, 19 consideran que el resolver problemas debería tener una mayor aceptabilidad ya que interviene en un proceso de aprendizaje significativo, lo que contribuye a un desarrollo intelectual y personal de los aprendices enfocados a la adquisición de hábitos de estudio. Esto permite al estudiante desempeñarse mejor en los temas y lograr que su aprendizaje se más duradero.

4.4 Diferencia entre ejercicio y problema en Matemática

El método de Polya está enfocado a la solución de problemas matemáticos, por ello es importante señalar alguna distinción entre ejercicio y problema. De acuerdo con Polya (1965) afirma que:

Para resolver un ejercicio se aplica un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta, en cambio para resolver un problema debe hacerse una pausa, reflexionar y hasta puede ser que se ejecuten pasos originales que no habían sido enseñados antes para dar con la respuesta (p.70).

En este caso se refiere a que un planteamiento para ser problema debe poseer suficiente complejidad que implique utilizar la información que el estudiante ya posee (conocimientos previos), debe presentar un reto que le provoque una acción cognitiva superior. Por el contrario, si se trata de realizar tareas repetitivas en el que el estudiante de ante mano sabe qué hacer para resolver un planteamiento, esto es un ejercicio.

Según Jarquín (2011, p.45), citado por Kraudy y Hernández (2013, p.20) *“Hay problemas y una serie de diferencias entre problemas, sin embargo, la diferencia más importante para el profesor es la que existe entre los problemas de rutina y aquellos que no lo son”*, es decir, Cuando se presentan problemas el alumno se enfrenta a diferentes situaciones donde pone a prueba sus cualidades mentales lo cual a su vez permite un mejor aprendizaje. Es decir, el problema que no se resuelve por rutina exige cierto grado de creación y originalidad por parte de los y las estudiantes mientras que el problema de rutina no exige nada de eso.

Los problemas son de un reto mayor al estudiante ya que exigen análisis, comprensión, las ejecuciones de planes; sin embargo, los estudiantes tienden a confundir los problemas con los ejercicios por el grado de dificultad que estos presentan.

4.5 Características de un problema Matemático

Charney (1994, p.16) afirma que los problemas matemáticos poseen las siguientes características:

- Es no-algorítmico en el sentido de que el camino para la acción no está completamente especificado con anterioridad.
- Es complejo en tanto que el camino total no es “visible” desde un único punto de vista.
- Con frecuencia da lugar a soluciones múltiples, cada una con costos y beneficios.
- Hay incertidumbre puesto que en principio no se conoce todo lo que se requiere para desarrollar la tarea.
- Se requiere gran cantidad de trabajo mental con el propósito de desarrollar las estrategias y los criterios involucrados.

De acuerdo a lo planteado por Charney se considera que un problema puede verse como una terna situación-alumno-entorno; el problema se da solo si el alumno percibe una dificultad. Un problema entonces es una situación cuya solución no es inmediatamente accesible al sujeto, dado que no cuenta con un algoritmo que la resuelva de manera rápida, esto implica que es un concepto relativo, es decir la solución del problema se debe presentar como un reto al estudiante.

Los problemas matemáticos deben desarrollar la capacidad del pensamiento en el estudiante puesto que para encontrar la solución hay que pensar en todo un proceso coherente, esto resulta muy ventajoso para el estudiante ya que si son capaces de llegar a soluciones lógicas serán capaces de preparar su mente cuando tengan problemas reales a lo largo de su vida. Por otra parte, un aspecto que se debe tomar en cuenta es que el estudiante haya visto el contenido que abarca el problema, de no ser así será desventajoso para él ya que será complicado resolverlo.

4.6 Clasificación de los problemas matemáticos

De acuerdo con Rubio (2004, p.50) expresa que “Cuando se resuelven problemas se emplean dos tipos de estrategias, las de algoritmos y las heurísticas”. Los algoritmos garantizan un resultado y tienden a ser usados para problemas donde es posible identificar claramente los datos, a diferencia la estrategia llamada heurística que mejora la oportunidad de resolver un problema, pero no se puede garantizar una solución. Es decir, los problemas deben desarrollar en el estudiante en situación de aprender, disposición que está en función del atractivo e involucramiento a medida que identifique en el problema un reto y una posibilidad del aprendizaje significativo.

4.6.1 Problemas para resolver

De acuerdo con Polya (1965, p.161) afirma que “El propósito de un problema para resolver es descubrir cierto objeto, la incógnita del problema, es decir la incógnita también recibe el nombre de cuestionamiento, o lo que se busca o lo que se pide”.

Los problemas para resolver pueden ser teóricos prácticos, abstractos o concretos, son problemas serios o simples acertijos. Se puede buscar incógnitas de todo tipo, tratar de encontrar, de obtener, de adquirir, de producir o construir todos los objetos imaginables. En una novela policiaca, la incógnita es el asesino, en el ajedrez, una jugada, en ciertos enigmas, una palabra, en ciertos problemas elementales del álgebra, un número y en una construcción geométrica como la esfera, una figura.

De acuerdo con Polya (1965, p.161) deduce que “Los principales elementos de un problema por resolver son, la incógnita, los datos y la condición”. Para encontrar la solución de un problema por resolver hay que conocer, de modo preciso, los elementos principales, incógnitas, datos y condición; el cual contiene numerosas preguntas y sugerencias concernientes a dichos elementos.

La siguiente lista contiene numerosas preguntas referentes a los elementos:

1. ¿Cuál es la incógnita?
2. ¿Cuáles son los datos?
3. ¿Cuál es la condición?

Es necesario distinguir las diversas partes de la condición y encontrar la relación entre los datos y la incógnita. También se debe pensar en algún problema que le sea familiar y tenga la misma incógnita o una similar, sin embargo, no se debe de conservar más que una parte de la condición.

4. ¿En qué medida la incógnita queda determinada?
5. ¿Cómo puede variar?
6. ¿Puede deducir los datos de un elemento útil?
7. ¿Puede pensar en otros datos que le permitan determinar la incógnita?
8. ¿Ha empleado todos los datos?
9. ¿Ha utilizado la condición por completo?

4.6.2 Problemas para demostrar

“El propósito de un problema por demostrar consiste en mostrar de modo concluyente la exactitud o falsedad de una afirmación claramente enunciada” Polya (1965, p.161). Es decir, un problema por demostrar es un problema matemático de la forma más usual, sus elementos principales son la hipótesis y la conclusión de un teorema o principio que hay que demostrar o refutar en el que se debe de conocer exactamente sus partes principales antes ya mencionados.

Existen a propósito preguntas y sugerencias útiles correspondientes a este tipo de problemas.

1. ¿Cuál es la hipótesis?
2. ¿Cuál es la conclusión?

Se debe distinguir las diversas partes de la hipótesis y encontrar la relación con la conclusión. Es necesario pensar en algún teorema que le sea familiar y que tenga la misma conclusión o una similar.

3. ¿Sigue siendo válida la conclusión?
4. ¿Podría pensar en otra hipótesis de la cual se puede deducir fácilmente la conclusión?
5. ¿Ha empleado la hipótesis completa?

Un testigo que afirme que el acusado se hallaba en casa cierta noche, al juez esta obliga a investigar si dicha información es verdadera y a justificar su opinión sobre bases sólidas como sea posible; se trata para el juez un problema por demostrar.

4.6.3 Problemas de rutina

Según Polya (1965, p.163) afirma que “Los problemas de rutina son los que se pueden resolver ya sea sustituyendo simplemente nuevos datos en lugar de un problema ya resuelto”. Es decir, se sigue paso a paso sin ninguna originalidad, la traza de algún viejo ejemplo. Al proponer un problema de rutina, el profesor ofrece a los estudiantes una respuesta inmediata y decisiva a la pregunta:

¿Conoce algún problema relacionado?

Los estudiantes no necesitan entonces más que un poco de atención y paciencia para seguir un procedimiento ya conocido y no tendrán oportunidad de recurrir ni a su juicio, ni a sus facultades inventivas. Los problemas de rutina incluso, empleados en gran número, pueden ser útiles en la enseñanza de las matemáticas, pero sería imperdonable proponer a los alumnos exclusivamente problemas de este tipo. Limitar la enseñanza de las matemáticas en temas como la esfera a la ejecución mecánica de operaciones rutinarias es rebajarlos por debajo del nivel de un libro de cocina, ya que las recetas culinarias reservan una

parte de la imaginación y al juicio del cocinero, mientras que las recetas matemáticas no permiten tal cosa.

De acuerdo con Dante (2010, p.3) deduce que “Un problema es rutinario cuando puede ser resuelto aplicando directa y mecánicamente una regla que el estudiante no tiene ninguna dificultad para encontrar”, la cual es dada por los mismos maestros o por el libro de texto.

4.6.4 Problemas prácticos

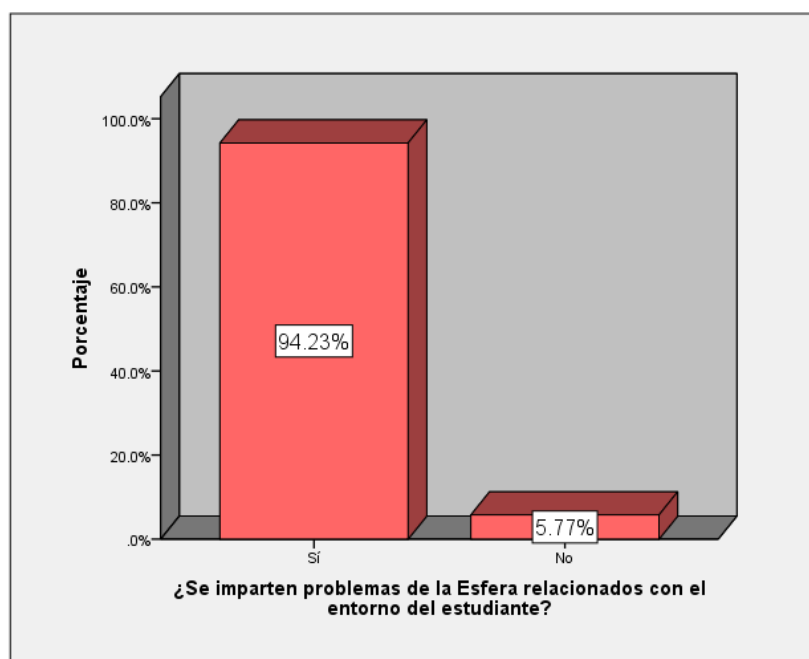
Para Polya (1965, p.163) los problemas prácticos son los que “Difieren en diversos aspectos de los problemas puramente matemáticos; sin embargo, los razonamientos y los principales métodos que permiten resolverlos son esencialmente los mismos”. Al resolver un problema practico, se estará con frecuencia obligados a empezar por ideas más vagas; esclarecer los conceptos es entonces una parte importante del problema. Es decir, con estos problemas se tiene una multitud de datos y condiciones en las que se tendrá en cuenta el mayor número posible de estas; pero se estará obligado a descuidar una parte.

Para plantear y resolver problemas matemáticos derivados de problemas prácticos, se debe en general a limitarse a una aproximación. Hay mucho que decir sobre aproximaciones y sería interesante de desarrollar. El trazo de mapas geográficos representa un problema práctico, ya que, para levantar un plano, se admite generalmente que la tierra es una esfera, lo que es una hipótesis aproximada que no corresponde a la realidad exactamente.

La superficie de la tierra no puede definirse matemáticamente y se sabe que la tierra es achatada en los polos; sin embargo, considerándola como una esfera, se puede hacer un mapa mucho más fácilmente; se haría mucho en sencillez sin perder gran cosa en precisión. Para demostrarlo es bueno imaginar, por ejemplo, un balón que tenga exactamente la forma de la tierra, con un diámetro de 3m en el

ecuador. La distancia entre los polos de dicho balón, menor que dicho diámetro, dado que la tierra es achatada, no varía más que en un centímetro. Se ve que así la esfera resulta ser en la práctica una excelente aproximación.

Grafico 4: Problemas de la esfera relacionados con el entorno del estudiante.



Fuente: Resultados de la investigación.

Para 49 estudiantes encuestados el docente si imparte problemas de la esfera relacionados con su entorno; sin embargo, 3 afirman que no establece relaciones con el medio.

De acuerdo a la observación en la sesión de clase se constató que el docente si relacionó el contenido con objetos de los cuales el discente podría estar familiarizado, además hubo aporte de ideas lógicas por parte de los estudiantes, ellos dieron ejemplos de cosas que había en el medio tales como naranjas, balón de futbol, limón, etc. Esto permitió que la clase fuera más interactiva porque no solo el docente desarrolló el tema, sino que lo hizo en conjunto con sus estudiantes.

El docente entrevistado considera que una de las estrategias que se debe realizar al impartir la clase de la Esfera es relacionar el contenido con la vida real para retroalimentar los conocimientos con lo que los estudiantes ya conocen y así se les facilite asimilar mejor los nuevos conocimientos.

4.7 Importancia de resolver problemas en Matemática

Polya (1965, P.20) afirma que “resolver un problema es encontrar un camino ahí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, de vencer un obstáculo y lograr un fin deseado que no se consigue de forma inmediata”. Es decir, la resolución de problemas es algo de gran importancia para el avance de las matemáticas y también para la comprensión y aprendizaje. El saber, en matemática, tiene mucho que ver con las habilidades de resolver problemas, de encontrar pruebas, criticar argumentos, usar el lenguaje matemático con cierta fluidez y reconocer conceptos matemáticos en situaciones concretas.

Lo importante no es obtener la solución, sino el camino que lleva hacia ella., es decir, resolver problemas es una de las habilidades básicas que el estudiante debe tener para enfrentarse a situaciones que se le presenten en su vida cotidiana.

De acuerdo con Polya (1965, P.20) para afrontar la resolución de problemas se debe tener en cuenta lo siguiente:

- a) La existencia de un interés. Lo que significa enfrentarse a problemas con un cierto atractivo.
- b) La no existencia de un camino inmediato.
- c) Tener deseos de resolver el problema. Significa estar dispuesto a aceptar el reto.

Hay muchas razones por las cuales resolver un problema resulta importante ya que proporciona muchas ventajas. Algunas de estas son que el estudiante tiene la posibilidad de pensar las cuestiones con detenimiento, existe una mayor participación y mayor grado de comprensión por parte del discente, proporciona un conocimiento basado en la experiencia siendo más duradero y significativo.

Los problemas matemáticos equipan a los estudiantes con un potente conjunto de herramientas las cuales aportan a su desarrollo intelectual. Estas incluyen el razonamiento lógico, habilidades para resolver, y la capacidad de pensar de manera abstracta.

El estudio de la matemática con la resolución de problemas satisface una amplia gama de intereses y habilidades tales como el desarrollo de la imaginación con un pensamiento claro y lógico; es decir, ayuda a tener un pensamiento analítico, agiliza la mente y genera practicidad. Lo que se puede enseñar es la actitud correcta ante los problemas, el mejor método para resolver problemas no es contarles cosas a los estudiantes, sino preguntárselas y, mejor todavía, instarles a que se pregunten ellos mismos.

Los problemas están presentes en la vida diaria; sin embargo, para muchos estudiantes son aburridos, abstractos, carentes de creatividad, complejos y muy difíciles de entender. Esto se debe en gran parte a la forma en que se enseñan los contenidos, es decir, no se da una transposición didáctica de acuerdo al nivel del estudiante, además no se muestran de forma atractiva y dinámica, lo que permitiría desarrollar un mayor interés ante la resolución de problemas por parte de los aprendices. El docente expuso que en el desarrollo de la clase no utiliza métodos de resolución de problemas, razón por la cual no se genera orden el proceso de resolución de los problemas.

4.8 Métodos de resolución de problemas

Para Dante (2010, p.15) los métodos de resolución de problemas son un sistema que clasifica y analiza las fases del proceso de resolución de problemas, las sugerencias y estrategias heurísticas, y los distintos aspectos de orden cognitivo, emocional, cultural, científico que intervienen en el proceso.

4.8.1. Modelo de Resolución de problemas de Miguel de Guzmán

Dante (2010, p.20) explica que la propuesta de Guzmán “*Se basa en las observaciones realizadas en su propia actividad, en el intercambio de experiencias con sus compañeros, en la exploración de la forma de pensar de los estudiantes y el estudio de las obras de otros autores*”; la resolución de un problema pasa por cuatro fases:

1. Familiarización con el problema
2. Búsqueda de estrategias
3. Desarrollo de la estrategia
4. Revisión del proceso

Primera fase: Familiarización con el problema.

Al comienzo, en la familiarización, se debe actuar sin prisas, pausadamente y con tranquilidad, hay que tener una idea clara de los elementos que intervienen: Datos, relaciones e incógnitas. Se trata de entender a fondo la situación, con tranquilidad a tu ritmo.

La familiarización engloba acciones encaminadas a comprender del modo más preciso la naturaleza del problema.

1. ¿De qué trata el problema?
2. ¿Cuáles son los datos?

3. ¿Disponemos de los datos suficientes?

Segunda fase: Búsqueda de estrategias

Se trata de determinar unas cuantas estrategias para abordar el problema, estrategias generales: empezar por algún caso fácil; experimentar y buscar regularidades; hacer figuras, esquemas y diagramas; escoger un lenguaje o notación adecuada; buscar semejanzas; empezar por el final; suponer que no es posible; técnicas específicas (matemáticas).

Seguidamente se determina la búsqueda de estrategias para abordar el problema, las más usuales son la simplificación, realización de esquemas, organización y el razonamiento.

Tercera fase: Desarrollo de la estrategia

1. Seleccionar la estrategia que parece más viable.
2. Llevar adelante la estrategia con decisión, confianza, orden y sosiego.
3. Asegurarse de haber llegado a la solución, no quedarse a medias.
4. Apuntar ideas nuevas que puedan surgir sin que te desvíen del camino trazado.
5. Revisar la idoneidad de la estrategia elegida si no prospera.

Cuarta fase: Revisión del proceso

1. En este caso es bueno tener un buen protocolo de problema: tener escritos los datos, las ideas, los pasos, las conclusiones, los problemas.
2. Revisión ¿era adecuada la estrategia, se ha seguido correctamente, la solución está de acuerdo con el problema?
3. Consecuencias ¿Hay otras formas de resolver, permite generalizar conclusiones, interesan variaciones del problema?

El momento más fructífero quizás sea el momento donde hemos resuelto el problema, pero hay que hacer una revisión del proceso examinado a fondo el camino seguido.

4.8.2. Modelo de Resolución de problemas de Allan Schoenfeld

Según Dante (2010, p.25) deduce que “*El modelo de Schoenfeld se basa en el método de Polya, aunque se trata de un modelo más global*”. Con este modelo no se trata de convertir a cada individuo en un experto en resolver problemas, si no hacerlo mejorar: extiende que el proceso de resolución no es lineal, con marchas hacia atrás y hacia adelante, aun así, delimita cuatro fases del mismo:

- 1-Analisis
- 2-Exploracion
- 3-Ejecucion
- 4-Comprobacion

Para cada una de esas fases se extienden algunas sugerencias para ponerse en práctica a la hora de resolver problemas.

Primera fase: Análisis

- 1. Dibujar o trazar un diagrama
- 2. Examinar casos particulares
- 3. Probar o simplificar el problema

Segunda fase: Exploración.

- 1. Examinar problemas equivalentes
- 2. Examinar problemas modificados

Tercera fase: Ejecución

- 1. Considerar una variedad de problemas equivalentes
- 2. Considerar leves modificaciones del problema original

3. Considerar amplias modificaciones del problema original

Cuarta fase: Comprobación.

1. Verifica la solución obtenida.

4.8.3. Modelo de Resolución de problemas de Mason

De acuerdo con Dante (2010, p.27) en el modelo Mason se identifican tres fases en el proceso de resolución de problemas de matemática entrada, ataque y revisión.

Fase de abordaje: Tiene que ver con formular el problema de forma precisa y decidir exactamente qué es lo que quiere hacer. Ha de hacerse con el problema de dos maneras distintas, identificando la información que se da y determinando que es lo que se pregunta realmente. Por último, se debe hacer preparativos técnicos para el ataque central que puede consistir en decidir una notación a utilizar, una forma de anotar los resultados de las particularizaciones.

Primera fase: Abordaje

Por estas razones es útil estructurar el trabajo en la fase abordaje respondiendo a las tres preguntas siguientes.

¿Qué es lo que se?

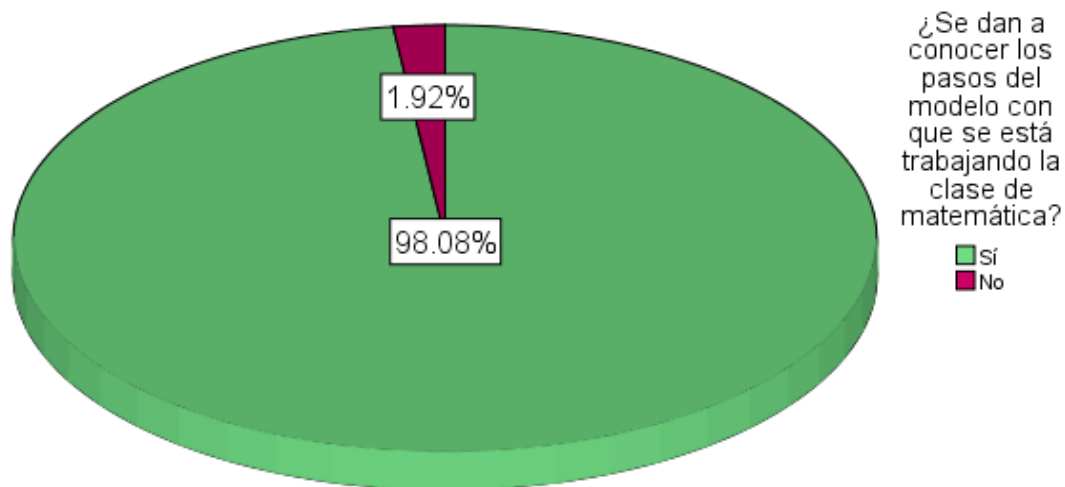
¿Qué es lo que quiero?

¿Qué puedo usar?

Fase de ataque: Esta determinada cuando se siente que el problema se ha instalado dentro de la mente y ya es propiedad del individuo, y se completa y se abandona. Es decir, se enfoca en la resolución del problema por completo donde se hace un planteamiento y una vez comprendido se procesa la resolución en busca de un resultado.

Fases de revisión: Esta determinado cuando se consigue una resolución razonablemente buena o cuando se está a punto de rendirse, en este momento es esencial revisar el trabajo hecho, como su nombre lo indica, es el momento de mirar atrás o lo que ha pasado, para mejorar y ampliar la capacidad de razonamiento.

Grafico 5: Métodos de resolución de problemas.



Fuente: Resultados de la investigación.

De acuerdo con la encuesta 51 estudiantes afirman que el docente da a conocer los pasos del modelo con que trabaja la clase de Matemática, pero solo 1 considera que no. En el caso de que se aplique un método es importante que el estudiante se familiarice con él, por ello es fundamental que se dé a conocer al docente los pasos del método aplicado y la forma en que se deben seguir cada uno de estos para llegar a una solución correcta.

El docente considera que la aplicación de métodos es importante porque permite al estudiante comprender de una manera fácil la resolución de problemas; sin embargo, expresa que él no usa métodos ya que se lleva mucho tiempo en desarrollar y explicar un contenido, además que su plan de clase sería extremadamente extenso.

Durante la observación se comprobó que efectivamente el docente no aplica ningún método que facilite la comprensión del contenido por parte del estudiante, simplemente desarrolla su clase de forma tradicional.

Con esa forma de pensar del docente, el más afectado es el estudiante porque si no les enseña a resolver problemas a través de pasos o aplicando métodos que faciliten una mejor comprensión, causa que el discente perciba la matemática de una forma más complicada y es ahí donde empieza el terror hacia esta indispensable asignatura. Además, esto le impediría poder afrontar diferentes situaciones que se le puedan presentar ya sea en los contenidos matemáticos o en su vida cotidiana que exijan comprensión, análisis y razonamiento.

4.9. La Esfera

La estereometría significa Medida de sólidos y es la parte de la Geometría que usan los ingenieros, arquitectos, constructores, diseñadores, físicos, mecánicos, biólogos, entre otros, para calcular áreas, volúmenes, etc. de los cuerpos físicos con los cuales trabajan. En esencia, un sólido geométrico es un modelo geométrico que surge cuando de un objeto físico obviamos su color, su peso, el material del cual está hecho, su tamaño...y nos quedamos únicamente con su forma. Los sólidos geométricos, son formas abstraídas de los objetos físicos o mentales (Gutiérrez, et al, 1998, p.24).

De acuerdo con Walsh (2006, p.143) afirma que “los sólidos son regiones del espacio tridimensional cerradas, limitadas por superficies.” Es de interés en ellos, calcular su volumen, áreas de superficies laterales y área de la superficie total o bien determinar sus dimensiones a partir de información relacionada con los mismos. La Geometría Euclidiana ayuda a caracterizar las principales figuras solidas que presentan algunas regularidades, es decir, que para el estudio de los sólidos se requieren conocimientos de Cálculo Diferencial e integral y los conocimientos que brinda la Geometría euclidiana.

4.9.1 Definición de Esfera

Según Baldor (1983, p.291) “La superficie esférica es el lugar geométrico de todos los puntos del espacio que equidistan de un interior llamado centro”,

Es decir, la distancia del centro a un punto de la superficie se llama radio. Si la distancia de un punto al centro es menor que el radio ese punto es interior a la superficie y si es mayor el punto es exterior.

Según Walsh (2006, p.143), Determina que “La Esfera es el cuerpo Sólido formado por una superficie esférica y los puntos de su interior”. Es decir, el conjunto de todos los puntos del espacio que están a una distancia menor o igual a r (radio) del punto P . Por otra parte, la superficie esférica de revolución es la superficie engendrada por una semicircunferencia que gira alrededor de su diámetro. Así mismo todos los puntos de la superficie esférica equidistan de un punto llamado centro, la distancia desde dicho punto a cualquiera de la superficie esférica se llamada radio.

Es importante tomar en cuenta las características que presenta la Esfera para comprender su concepto, ya que si el estudiante quizás no conoce el radio se le hará más difícil aprenderlo. Además, se podría relacionar el tema de la Esfera con formas u objetos comunes en el medio en que se desarrolla el estudiante, es decir, algo que el halla manipulado o tenga la facilidad de hacerlo, se puede tomar como ejemplo clave una pelota.

El tema de la Esfera no debería presentarse de forma muy tradicional, es decir, presentar el concepto tal y como aparece en los libros con ejemplos difíciles de comprender, si no que sería importante implementar estrategias que conduzcan a estudiante a un aprendizaje significativo. Algunas figuras como bolas de béisbol, una pelota de tenis, y una chimbomba. Apartando colores, tamaño, peso, etc. Todos ellos tienen como modelos geométricos la Esfera, la cual es un sólido

geométrico, por lo tanto, no existe como tal en el mundo físico; lo que existe son cuerpos con forma esférica.

4.9.2 Elementos de la Esfera

Según Gutiérrez (1998, p.123) La Esfera es un cuerpo generado por rotación, llamado también cuerpo redondo. Esta se forma a través de la rotación de un semicírculo en torno a su diámetro. Los elementos importantes de la esfera son su centro y su radio. Desde que se dice que la esfera es un cuerpo redondo, se puede imaginar y relacionar con muchos objetos del entorno, lo cual facilitaría la asimilación y comprensión del concepto por parte de los estudiantes. Otras cosas que nos dan la idea de Esfera son: Una pelota, una naranja, una canica, los propios planetas del sistema solar, Entre muchas otras cosas.

Es importante mencionar que la Esfera no tiene desarrollo lateral, por eso hay que considerar únicamente el cálculo de Área total y su Volumen. “Los elementos de la esfera son el centro conocido como el punto inferior que equidista de cualquier punto de la Esfera y el radio que es la distancia del centro a un punto de ella” Según Gutiérrez (1998, p.130).

4.9.3 Área de la Esfera

De acuerdo con Gutiérrez (1998, p.22) en su revista biblioteca temática escolar, algebra y Geometría afirma que El Área de una Esfera, es decir de una superficie esférica, se puede considerar como una superficie de revolución generada por una línea poligonal regular de infinitos lados. La apotema coincidirá con el radio de la superficie esférica, y la proyección de la poligonal con el eje de giro será igual a dos veces dicho radio: $A = 2\pi r \cdot 2r = 4\pi r^2$.

Por lo que el Área de la superficie esférica es igual a cuatro veces el Área de uno de sus círculos máximos.

Es obtenida por métodos elementales de la fórmula del Área de una Esfera es algo laborioso. Requiere los siguientes pasos.

El Área engendrada por la base \overline{AB} de un triángulo isósceles $\triangle OAB$ al girar alrededor de un eje e que no corta al triángulo, es igual a la proyección del segmento \overline{AB} sobre el eje por la longitud de la circunferencia cuyo radio es la altura \overline{OH} del triángulo.

En efecto el Área engendrada por \overline{AB} en su giro es el Área lateral de un tronco de cono de lado \overline{AB} y circunferencia media la de radio \overline{HM} . Luego:

$$\text{Área engendrada por } \overline{AB} = 2\pi\overline{HM} \times \overline{AB}$$

Pero los triángulos $\triangle OHM$ y $\triangle ABD$ son semejantes:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{OH}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{HM}} \therefore \frac{\overline{AB}}{\overline{OH}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{H'M'}}$$

Luego: Área engendrada por $\overline{AB} = 2\pi\overline{OH} \times \overline{A'B'}$ Como se quería demostrar.

Considerar una línea poligonal regular, o sea quebrada formada por cuerdas iguales de una circunferencia, y los triángulos isósceles que se forman uniendo los vértices de la poligonal con el centro.

Según el teorema anterior, el Área de la superficie engendrada al girar la poligonal alrededor de un eje, que no lo corte, es igual al producto de la proyección de la diagonal sobre el eje por la longitud de la circunferencia cuyo radio es la apotema de la poligonal.

Si ahora consideramos una semicircunferencia girando alrededor de su diámetro, inscribimos una poligonal regular y hacemos crecer infinitamente el número de lados, en el límite se obtiene que la proyección de la poligonal es el diámetro (2π); la apotema se transforma en el radio r y el Área resulta la de la superficie esférica. Luego:

$$\text{Área de la superficie esférica} = 2\pi r \times 2r = 4\pi r^2$$

4.9.4 Volumen de la Esfera

Según Walsh (2006, p.154) se puede probar a partir del principio de Cavalieri que para una Esfera de radio r , su volumen V y Área de la superficie esférica A está dada por: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ y $A = 4\pi r^2$

Veamos cómo se obtiene la fórmula del Volumen:

Considerando una sección transversal a la distancia A del centro, de radio t . Su Área es $A_s = \pi t^2$ (E1)

Por el teorema de Pitágoras se tiene $t^2 = r^2 - S^2$ (E2). Luego sustituyendo (E2) en

(E1) $A_s = \pi(r^2 - S^2) = \pi r^2 - \pi S^2$ (E3), pero (E3) corresponde al Área de una corona circular con radio exterior r y radio interior s .

Si se toma un cilindro circular recto de radio r y altura $2r$, al extraer dos conos las generatrices de dichos conos tienen una inclinación de 45° , luego el radio interno de la sección transversal que se forma a una distancia S del centro, es igual a S . Por lo tanto el Área de la sección transversal a una distancia S del centro sólido resultante será $A = \pi r^2 - \pi S^2$ lo que es igual al Área de la sección transversal correspondiente de la Esfera.

Por el principio de Cavalieri, el Volumen de la Esfera es igual al Volumen del solido resultante: $V = \pi r^2(2r) - 2 \left[\frac{1}{3}\pi r^2(r) \right] = 2\pi r^3 - \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi r^3$

Según Baldor (1983), dice que “para obtener el Volumen de una Esfera se basa en el principio de Cavalieri que dice: Si al cortar dos cuerpos por un sistema de planos paralelos se obtienen figuras equivalentes (de igual Área) los dos cuerpos tienen el mismo Volumen”.

Suponiendo ahora una Esfera de radio r y el cilindro circunscrito. Sea:

V El Volumen de la Esfera;

V_1 El Volumen del cilindro que es igual a $\pi r^2 \times 2r = 2\pi r^3$;

V_2 El Volumen del espacio comprendido entre la Esfera y el cilindro.

Evidentemente: $V = V_1 - V_2$

Para calcular V_2 observamos que, si cortamos la figura por planos paralelos a las bases del cilindro, se obtienen coronas circulares cuyas Áreas son de la forma:

$$\pi r^2 - \pi S^2 = \pi(r^2 - S^2) = \pi k^2$$

Siendo k la distancia del centro al plano. Si ahora consideramos el cono del vértice. El centro de la Esfera y de base la del cilindro tendremos que el Área de la sección a la distancia k es:

x^2 Siendo x el radio de la sección. Pero como los triángulos $\triangle AOB$ y $\triangle OCD$ son semejantes. Resulta:

$$\frac{k}{r} = \frac{x}{r} \text{ Por lo tanto } x = k$$

Es decir, que el Área de la corona circular (πk^2) y el Área de la sección del cono ($\pi x^2 = \pi k^2$) son iguales.

Aplicando el principio de Cavalieri resulta que, el Volumen V_2 del espacio entre la Esfera y el cilindro es igual a la suma de los Volúmenes de los dos conos que tienen de vértice el centro de la Esfera y de base las del prisma.

El Volumen de cada uno de estos dos conos es: $\frac{1}{3}\pi r^2(r) = \frac{1}{3}\pi r^3$

Y el de los dos conos es: $\frac{2}{3}\pi r^3$

Luego. El Volumen de la Esfera será:

$$V = V_1 - V_2 = 2\pi r^3 - \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi r^3$$

4.10 Método de Polya para resolver problemas Matemáticos

4.10.1 Reseña biográfica de George Polya

De acuerdo con Dante (2010, p.4) George Polya: El Padre de las Estrategias para la Solución de Problemas, nació en Hungría en 1887. Obtuvo su doctorado en la Universidad de Budapest y en su disertación para obtener el grado abordó temas de probabilidad. Fue maestro en el Instituto Tecnológico Federal en Zúrich, Suiza. En 1940 llegó a la Universidad de Brown en E.U.A. y pasó a la Universidad de Stanford en 1942.

En sus estudios, estuvo interesado en el proceso del descubrimiento, o cómo es que se derivan los resultados matemáticos. Advirtió que, para entender una teoría, se debe conocer cómo fue descubierta. Por ello, su enseñanza enfatizaba en el proceso de descubrimiento aún más que simplemente desarrollar ejercicios apropiados.

Para involucrar a sus estudiantes en la solución de problemas, generalizó su método en los siguientes cuatro pasos:

1. Entender el problema.
2. Configurar un plan.
3. Ejecutar el plan.
4. Mirar hacia atrás.

Las aportaciones de Polya incluyen más de 250 documentos matemáticos y tres libros que promueven un acercamiento al conocimiento y desarrollo de estrategias en la solución de problemas. Su famoso libro *¿Cómo Plantear y Resolver Problemas?* que se ha traducido a 15 idiomas, introduce su método de cuatro pasos junto con la heurística y estrategias específicas útiles en la solución de problemas.

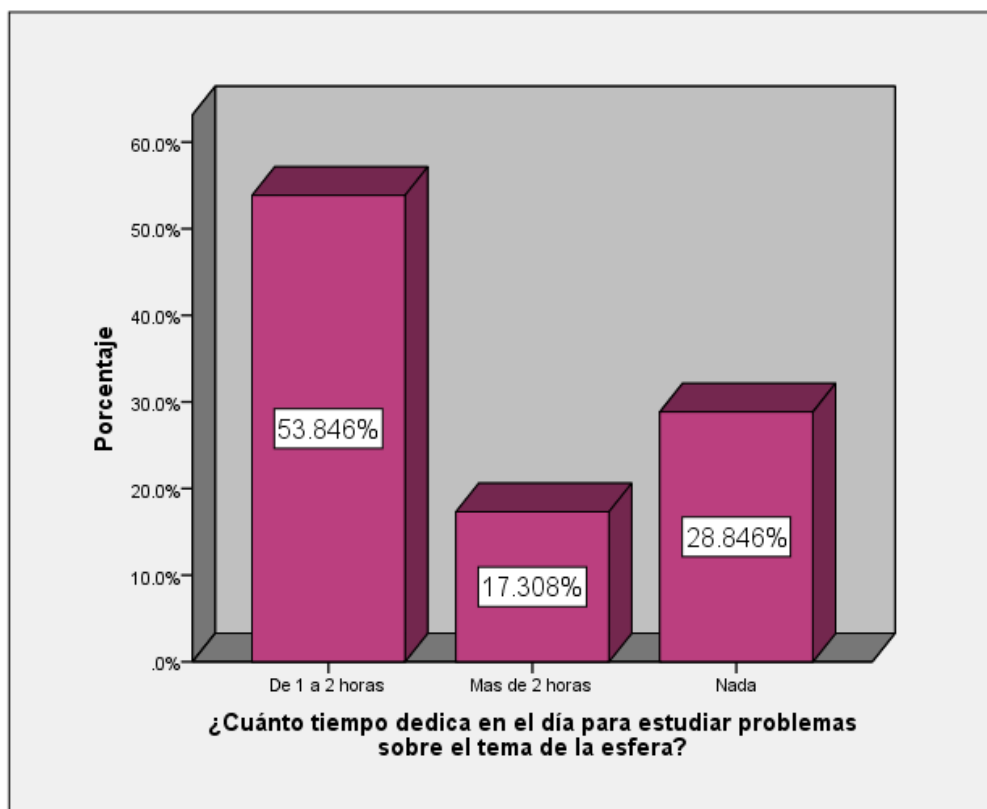
4.10.2 Concepto del método de Polya

Para Dante (2010, p.7) el Método de Polya “Es un plan que Consiste en un conjunto de cuatro pasos y preguntas que orientan la búsqueda y la exploración de las alternativas de solución que puede tener un problema”. Es decir, el plan muestra cómo atacar un problema de manera eficaz y cómo ir aprendiendo con la experiencia. Al resolver problemas se aprende a matematizar, lo que es uno de los objetivos básicos para la formación de los estudiantes. Con ello aumentan su confianza, tornándose más perseverantes y creativos y mejorando su espíritu investigador, proporcionándoles un contexto en el que los conceptos pueden ser aprendidos y las capacidades desarrolladas. Por todo esto, la resolución de problemas está siendo muy estudiada e investigada por los educadores.

De acuerdo con Gómez (1995, p.37) afirma que “De qué sirve conocer los conceptos, los resultados que hablan acerca de estos conceptos y las técnicas que se deducen de estos últimos, si uno no sabe cómo utilizarlos para resolver problemas de la vida real”. Polya es el autor clásico en este tema y aquí no se pretende hacer nada más que tomar y reformar algunos de los procesos que él propone, su finalidad no debe ser la búsqueda de soluciones concretas para algunos problemas particulares sino facilitar el desarrollo de las capacidades básicas, de los conceptos fundamentales y de las relaciones que pueda haber entre ellos.

Para que la resolución de problemas tenga éxito es necesario que los estudiantes lleven a cabo la práctica individual por cada uno de ellos. De igual manera es necesario la explicación de un determinado método por parte del docente el cual sea implementado en la resolución de problemas y funcione para darle al enunciado un proceso de solución coherente que despierte el interés y la creatividad de los educandos.

Gráfico 6: Tiempo dedicado para estudiar problemas sobre la Esfera



Fuente: Resultados de la investigación.

De los 52 estudiantes encuestados 28 de ellos dedica de 1 a 2 horas para estudiar problemas sobre el tema de la esfera. Por otra parte 9 de ellos indican que estudian más de 2 horas, esencial para que el docente aproveche el estudio de los estudiantes dándoles un valor agregado a los conocimientos con situaciones que estos viven a diario relacionados al cálculo de Área y Volumen de la Esfera.

Por otra parte, dedicar más de dos horas permite que el estudiante sea capaz de desafiar cada problema con análisis crítico, así como dar una respuesta detallada y concisa según sea el caso de cada enunciado.

Sin embargo, 15 de los estudiantes no dedican en lo absoluto nada para estudiar la resolución de problemas, lo cual se convierte en un mal hábito que afecta el desarrollo intelectual de los aprendices.

4.10.3 Propósito del método de Polya

Según Dante (2010, p.7), encontró que *“La finalidad del método es que La persona examine y remodele sus propios métodos de pensamiento de forma sistemática, eliminando obstáculos y llegando a establecer hábitos mentales eficaces”*, lo que Polya denominó pensamiento productivo. Pero seguir estos pasos no garantizará que se llegue a la respuesta correcta del problema, puesto que la *resolución de problemas* es un proceso complejo y rico que no se limita a seguir instrucciones paso a paso que llevarán a una solución, como si fuera un algoritmo. Sin embargo, el usarlos orientará el proceso de solución del problema, por eso conviene acostumbrarse a proceder de un modo ordenado, siguiendo los cuatro pasos.

Explorar un problema significa procurar soluciones alternativas, además de la natural y analizar estas soluciones desde diferentes puntos de vista matemático, así un mismo problema puede tener una resolución aritmética y otra algebraica o geométrica o puede ser resuelto por una estrategia (heurística) sin el uso de conocimientos matemáticos específicos; aunque esto último no siempre será posible con cualquier problema. Por esa razón uno de los grandes intereses de la resolución de problemas está en la motivación provocada por el propio problema y consecuentemente, en la curiosidad que desencadena su resolución. Esta práctica está conectada a varios factores como son la experiencia previa, los conocimientos disponibles, el desarrollo de la intuición; además del esfuerzo necesario para su resolución, lo que puede condicionar o estimular la voluntad de resolver nuevos problemas.

Como dice Dante (2010, p.10) *“enseñar a resolver problemas es más difícil que enseñar conceptos, habilidades o algoritmos matemáticos”*. No es un mecanismo directo de enseñanza, pero sí una variedad de procesos de pensamiento que necesitan ser cuidadosamente desarrollados por el estudiante con el apoyo e incentivo del docente.

4.10.3.1 Ayudar al alumno

De acuerdo con Polya (1965, p.25) afirma que *“El estudiante debe adquirir en su trabajo personal la más amplia experiencia posible, pero si se le deja solo frente a su problema, sin ayuda alguna o casi ninguna, puede que no progrese”*. Es decir, el maestro debe ayudarlo, pero no mucho ni demasiado poco, de suerte que le deje asumir una parte razonable del trabajo. Para este propósito se considera que, si el maestro le ayuda demasiado, nada se le deja al alumno.

Si el estudiante no está en condiciones de hacer gran cosa, el maestro debe mantener al menos la ilusión del trabajo personal, sin embargo, para tal fin, el docente debe ayudar a su aprendiz discretamente, sin imponérsele. Es decir, se debe ayudar a los estudiantes de forma natural y ubicarse en el lugar de ellos, analizando con sentido crítico desde el punto de vista de los escolares; pero tratando de comprender lo que pasa por la mente y así poderse plantear preguntas e indicar caminos que de igual manera se les puede ocurrir a los educandos.

La motivación al estudiante por parte del docente es esencial para lograr un aprendizaje significativo, ya que actúa como motor para iniciar y mantener la actividad mental. Es un sistema didáctico que requiere que los estudiantes se involucren de forma activa en su propio aprendizaje, es por tal razón que se pretende que los aprendices se comprometan en el aprendizaje; el cual requiere que se esté dispuesto a responsabilizarse y en correspondencia, un profesor que esté preparado a asumir su función mediadora utilizando diversos procedimientos didácticos, generando un contexto que estimule la participación.

4.10.3.2 Maestro y alumno, imitación y práctica

Para Polya (1965, p.27) encontró que *“El profesor que desee desarrollar en sus estudiantes la aptitud para resolver problemas, debe hacerles interesarse en ellos y darles el mayor número posible de ocasiones de imitación y práctica”*. Es decir,

si el maestro quiere desarrollar en sus alumnos el proceso mental, debe emplearlas tantas veces como vengan al caso de un modo natural. Además, cuando el maestro resuelve un problema antes de la clase, debe “dramatizar” un poco sus ideas y hacer las mismas preguntas, que emplea para ayudar a sus estudiantes.

El resolver problemas es un asunto de habilidad práctica como, por ejemplo, el nadar. La habilidad práctica se adquiere mediante la imitación y el conocimiento. Al tratar de nadar se imita los movimientos de pies y manos que hacen las personas que logran mantenerse a flote y finalmente se aprende a nadar practicando natación. Al tratar de resolver problemas, hay que observar e imitar lo que otras personas hacen en casos semejantes y así se aprenden problemas ejercitándolos al resolverlos.

Según Gómez (1995, p.161) se quiere que “El estudiante haga un camino y que sea ese caminar el que lo transforme, independientemente del camino o del lugar final de su recorrido”. La esencia de esta idea es que lo que importa no es necesariamente los conocimientos que el estudiante adquiriera en su recorrido, sino lo que el mismo recorrido le deje como formación. Esto quiere decir que no existe un único camino que el estudiante pueda recorrer, existen formas alternativas (diferentes de las que se usan actualmente) para lograr los objetivos de cada sesión de clase.

4.10.4 Pasos del método de Polya

Para Polya (1965, p.28) deduce que *“El propósito fundamental del método es conseguir que cualquier persona preferiblemente con la ayuda de un tutor, logre assimilar las técnicas de resolución”*. Estas se han demostrado efectivas, al realizar en cuatro fases:

- 1- Comprender el problema
- 2- Concebir un plan

- 3- Ejecución del plan
- 4- Examinar la solución obtenida

Cada una de las fases es importante ya que puede suceder que a un alumno se le ocurra por casualidad una idea excepcionalmente brillante y saltándose todo el trabajo preparatorio, vaya directamente a la solución. Tales golpes de suerte son deseables, naturalmente, pero puede llegarse a un resultado no deseado, desafortunado, si el alumno descuida cualquiera de los cuatro fases sin tener una buena idea. Es de temerse lo peor si el alumno se lanza a hacer cálculos o construcciones sin haber comprendido el problema, esto por lo que generalmente es inútil ocuparse de los detalles sino se han visto las relaciones esenciales o sin haber trazado un plan previo.

4.10.4.1 Comprensión del problema

Polya (1965, p.29) expreso que en esta fase el alumno debe comprender el problema, pero no solo comprenderlo, sino también debe desear resolverlo. Es decir, para desarrollar el interés en el estudiante el docente debe escoger problemas adecuados, esto significa que los problemas deben de ser ni muy difíciles, ni muy fáciles, en el que se dedicará tiempo razonable para exponerlo de un modo natural e interesantes. El estudiante debe considerar las principales partes del problema de forma atenta varias veces para que este sea comprendido de tal forma que si el problema se relaciona con una figura este debe de dibujarse y se debe destacar en ella la incógnita y los datos.

Para resolver un problema primero hay que comprenderlo. Se debe leer con mucho cuidado y explorar hasta entender las relaciones dadas en la información proporcionada.

Todos de estudiantes aseguran que es necesario entender un problema antes de resolverlo, esto es totalmente cierto ya que si no se logra entenderlo por completo será difícil resolverlo, para que esto ocurra, lo principal es que se lea detenidamente el problema cuantas veces sea necesario de tal forma que le

permita llegar a entender que es lo que pide encontrar, además con los datos que cuenta para resolverlo y procedimiento que debe llevar a cabo. Una vez que el discente sea capaz de comprender un determinado problema llegará con facilidad a una solución correcta.

El docente entrevistado por su parte expresa que para el estudiante logre una buena comprensión, depende en gran parte como se explique el contenido, ya que debe hacerse detalladamente siguiendo pasos para demostrar que la solución verifica lo que plantea el ejercicio. Durante la observación no se pudo ver que el docente tomara en cuenta todo lo que según él debe hacerse para que el estudiante logre comprender, únicamente explicó de forma rápida en la pizarra problemas de rutina relacionadas a la Esfera, pero sin la aplicación de algún método o estrategia que le permitiera facilitar el entendimiento en sus discentes.

Para eso, se puede responder a preguntas como:

¿Qué dice el problema?

¿Qué pide?

¿Cuáles son los datos y las condiciones del problema?

¿Es posible hacer una figura, un esquema o un diagrama?

¿Es posible estimar la respuesta?

4.10.4.2 Concepción de un plan

Según Polya (1965, p.30) menciona que “Lo esencial en la solución de un problema, de un plan es el concebir la idea”. Esta idea puede tomar forma poco a poco y después de un periodo de duda, se puede tener de pronto una idea brillante. Lo mejor que puede hacer el docente por sus estudiantes es conducirlo a esa idea brillante, ayudándole, pero sin imponerse.

Se sabe que es difícil tener una buena idea, si los conocimientos de la persona son pobres en la materia y totalmente difícil si se desconoce por completo. Las buenas ideas se basan en la experiencia pasada y en los conocimientos

adquiridos previamente, ya que un simple esfuerzo de memoria no basta para provocar una buena idea, pero es imposible tener alguna sin recordar ciertos hechos pertinentes al tema. Los materiales por si solos no permiten la construcción de una casa, pero es imposible construir una casa sin juntar los materiales necesarios; en matemática para la solución de un problema son necesarios ciertos detalles particulares de conocimientos previamente adquiridos, tales como problemas resueltos, teoremas demostrados

En este paso se busca encontrar conexiones entre los datos y la incógnita o lo desconocido, relacionando los datos del problema. Se debe elaborar un plan o estrategia para resolver el problema. “Una estrategia se define como un artificio ingenioso que conduce a un final. Hay que elegir las operaciones e indicar la secuencia en que se debe realizarlas, así como estimar la respuesta” (Dante, 2010, p.20)

Algunas preguntas que se pueden responder en este paso son:

¿Recuerda algún problema parecido a este que pueda ayudarle a resolverlo?

¿Puede enunciar el problema de otro modo? Escoger un lenguaje adecuado, una notación apropiada.

¿Usó todos los datos?

¿Usó todas las condiciones?

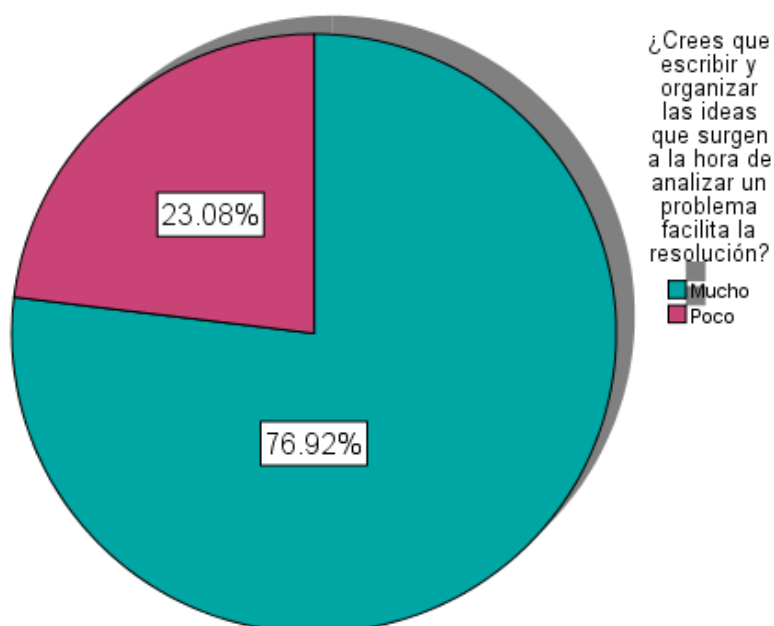
¿Ha tomado en cuenta todo el concepto esencial incluido en el problema?

¿Se puede resolver este problema por partes?

¿Hay diferentes caminos para resolver este problema?

¿Cuál es su plan para resolver el problema?

Gráfico 7: Organización de las ideas en el análisis de los problemas.



Fuente: Resultados de la investigación

De los estudiantes encuestados 40 afirman que escribir y organizar las ideas que surgen al momento de analizar un problema es necesario para poder llegar a una solución ya que permite realizar la comprensión del problema en un proceso de orden, de igual manera permite hacer un esquema de lo que pide el enunciado y hacer un plan de cómo se podría resolver una vez ya obtenido los datos. Por otra parte, el docente contribuye a un proceso de creatividad siendo un guía para sus estudiantes, en el que la motivación provocada por el propio problema y consecuentemente el interés por resolverlo se convierte en un aprendizaje de creatividad, sin embargo 12 de los estudiantes no lo considera necesario.

Según la observación el docente no organizaba las ideas, lo cual provocaba que el estudiante creara una confusión en su análisis. Por tal razón es importante que el docente implemente la heurística con sus estudiantes para lograr un mejor trabajo en la resolución de problemas.

4.10.4.3 Ejecución del plan

Para Dante (2010, p.9) expresa que “El énfasis que debe ser dado la resolución de problemas es a la habilidad del estudiante en ejecutar el plan trazado y no a los cálculos en sí”. Hay una tendencia muy fuerte (que se debe evitar) de reducir todo el proceso de resolución de problemas a los simples cálculos que llevan a las respuestas correctas”.

Es decir, se ejecuta el plan elaborado resolviendo las operaciones en el orden establecido, verificando paso a paso si los resultados están correctos. Desarrollar un plan, concebir la idea de la solución, no tiene nada de fácil ya que para lograrlo se necesita de conocimientos previos, buenos hábitos de pensamientos, concentración y lo que es más buena suerte.

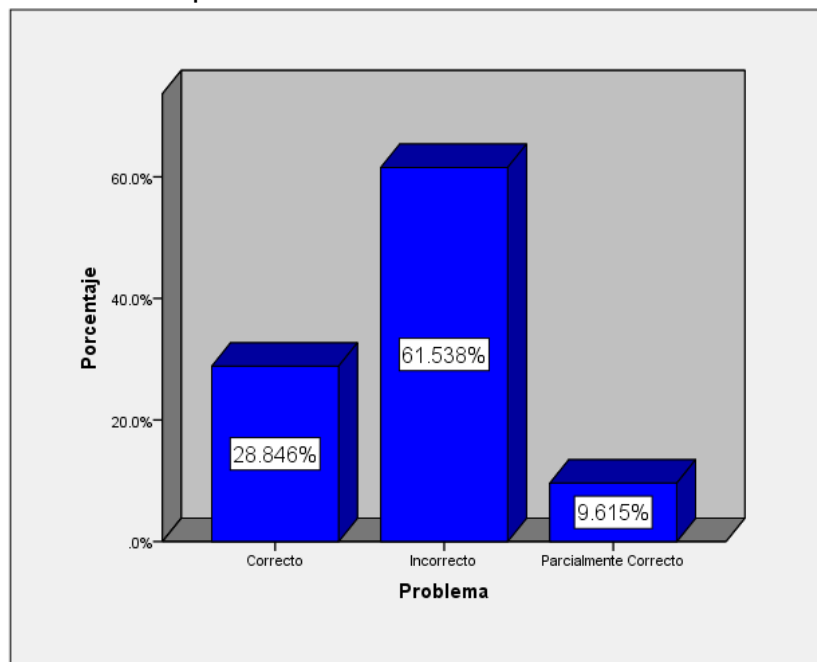
El plan proporciona una línea general, en el cual se debe de asegurar que los detalles encajen bien en esa línea. Es decir, si el alumno ha concebido realmente un plan, el maestro puede disfrutar un momento de una paz relativa. El problema sería en que el estudiante olvide su plan, lo que puede ocurrir fácilmente si lo ha recibido del exterior y lo ha aceptado por provenir de su maestro. Pero si el mismo ha trabajado en el plan, aunque un tanto ayudado concibiendo la idea final con satisfacción, entonces no la perderá tan fácil, sin embargo, el docente debe de insistir que su aprendiz verifique cada pasó.

4.10.4.4 Visión retrospectiva

De acuerdo con Dante (2010, p.10) afirma que “En el paso de revisión o verificación se hace el análisis de la solución obtenida, no sólo en cuanto a la corrección del resultado sino también con relación a la posibilidad de usar otras estrategias diferentes de la seguida, para llegar a la solución. Se verifica la respuesta en el contexto del problema original”. Es decir que un buen profesor debe comprender y hacer comprender a sus estudiantes que ningún problema puede considerarse completamente terminado, siempre queda algo por hacer;

mediante un estudio cuidadoso y una cierta concentración, se puede mejorar cualquier solución en todo caso siempre se pretende mejorar la comprensión de la solución.

Grafico 8: Resolución de problema



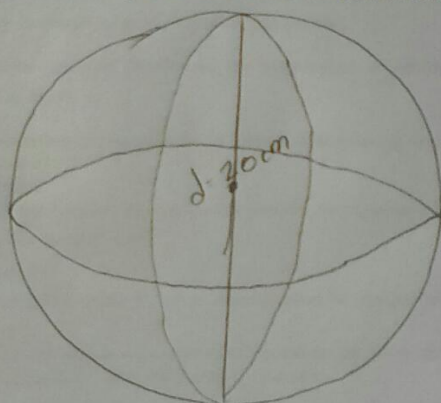
Fuente: Resultado de la investigación

De los 52 estudiantes 15 resolvieron correctamente el problema propuesto en la encuesta, 5 lo resolvió parcialmente correcto lo que significa que 32 lo respondió incorrectamente.

Esto se debe a que los aprendices solo recibieron problemas de rutina en el desarrollo de la clase, por el cual presentaron dificultad al momento de resolver un problema en el cual había que relacionar el contenido con objetos comunes en el medio, de igual manera se identificó que no se conoce un método que les permita llevar un proceso de resolución ordenado y con un análisis crítico por parte del estudiante.

Figura 1: Resolución correcta de problema de la Esfera por estudiante de décimo grado del Instituto Nacional San Ramón

2.1. El docente de Educación Física del Instituto Nacional San Ramón imparte su clase de fútbol con un balón que debe de tener una medida de 20 cm de diámetro. Sabiendo esto, calcule la cantidad de Cubierta (forro) del balón y la cantidad de aire que contiene una vez lleno.



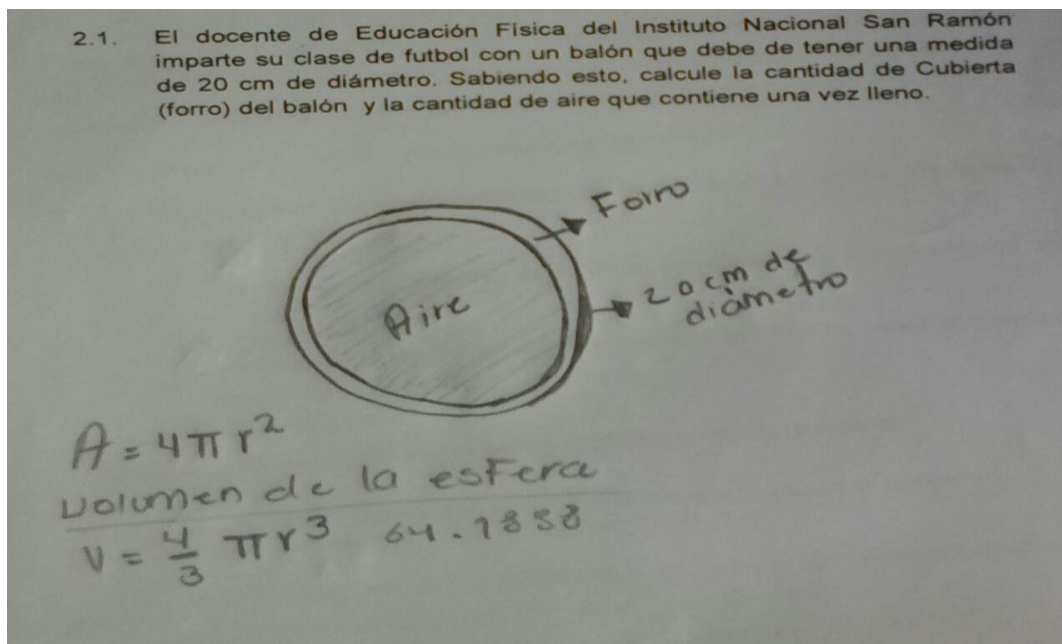
$$\begin{aligned}
 \text{Cant. cubierta} &= 4(3.1416)(10)^2 \\
 &= (12.56637061)(100) \\
 &= 1.256.637061 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Cant. d. aire} &= \frac{4}{3}(3.1416)(10)^3 \\
 &= 1.33(3.1416)(1,000) \quad R = 4,188.318229 \\
 &= 14.178318229(1,000)
 \end{aligned}$$

Fuente: Resultados de Investigación

Según la observación el docente solo resolvió problemas de rutina y ninguno de estos estaba relacionado al entorno del estudiante. De acuerdo a la entrevista el docente expuso que no aplica ningún método ya que el solo resuelve problemas que no le consumen mucho tiempo a la hora de explicárselos al estudiante, esto provoca que los discentes sientan la clase aburrida y pierdan el interés por resolver problemas relacionados al medio en que conviven, lo cual se convirtió en una dificultad al momento de resolver el problema planteado en la encuesta.

Figura 2: Resolución parcialmente correcta de problema de la Esfera por estudiante de décimo grado del Instituto Nacional San Ramón



Fuente: Resultados de la Investigación

“Aun los buenos estudiantes, una vez que han obtenido la solución y expuesto claramente el razonamiento, tienden a cerrar sus cuadernos y a dedicarse a otra cosa, omitiendo una fase importante como lo es la visión retrospectiva” (Polya, 1965, p.35).

Es decir, en casos difíciles e importantes es necesario verificar el razonamiento, para determinar de forma segura si los problemas tienen una solución correcta. En esta fase también se puede hacer la generalización del problema o la formulación de otros nuevos a partir de él. Algunas preguntas que se pueden responder en este paso son:

Es importante que el docente haga uso de Métodos para resolver problemas que permitan al estudiante un proceso ordenado y coherente ya que según los instrumentos aplicados se constató que el estudiante confunde los Métodos de resolución de problemas con pequeños trucos que hace uso el docente.

V. Propuesta Metodológica de Resolución de problemas en Área y Volumen de la Esfera aplicando el Método de Polya

Introducción

La presente propuesta de resolución de problemas de la Esfera, tiene importancia ya que usualmente en los centros escolares se podría estar trabajando con estrategias que no benefician al aprendiz, es decir, no se desarrollan los conocimientos previos ni las capacidades que poseen cada uno de los estudiantes. Esto posiblemente conlleva consecuencias negativas en el estudiante, tales como la poca motivación al estudio.

Para darle solución a las posibles dificultades que se podrían encontrar en los centros de estudio sobre la resolución de problema relacionados al cálculo de Área y Volumen de la Esfera se realizó una propuesta con la aplicación del método de Polya con el fin de lograr una mejor comprensión en el estudiante, así como un aporte a los docentes en el proceso de enseñanza, con la iniciativa de lograr un aprendizaje significativo en los discentes.

La propuesta formará parte de un soporte al material educativo con el cual contará el docente para impartir la clase de la Esfera aplicando la resolución de problema con el método de Polya. Se establecerá una propuesta didáctica para el proceso de enseñanza aprendizaje para la construcción de conceptos que permitan en el alumno lograr un aprendizaje más significativo con actividades que generen motivación para establecer mejor comunicación docente-estudiante y conceptos.

Justificación

La presente propuesta referente a la resolución de problemas de aplicación, relacionados al cálculo de Área y Volumen de la Esfera, aplicando el Método de Polya. Es sumamente interesante porque permite en el estudiante un aprendizaje de proceso al resolver problemas de la vida cotidiana, dándole un significado potencialmente significativo por relacionarlos al medio en que se habita.

La resolución de problemas posiblemente requiere de Métodos eficaces que faciliten la comprensión en los estudiantes. Esta investigación amerita de una propuesta, debido a que es una problemática que actualmente repercute en el proceso de Enseñanza Aprendizaje de la resolución de problemas de la Esfera. Por tal razón es necesario una propuesta en la que se resuelvan problemas aplicando el método de Polya e influya en el desarrollo del estudiante, sobre todo en las capacidades relacionadas con el entorno.

Objetivos

Objetivo general

Proponer resolución de problemas de aplicación, relacionados al cálculo de Área y Volumen de la Esfera, aplicando el Método de Polya.

Objetivos específicos

1. Presentar problemas de aplicación relacionados con el contexto en que se desarrolla el estudiante.
2. Mostrar la aplicación del método de Polya en la resolución de problemas de Área y Volumen de la Esfera.

Resolución de problemas.

1. Una obra arquitectónica es uno de los atractivos más bellos de la Plaza del Municipio de San Ramón y tiene la forma de una “Cúpula”. Es una de las representaciones más evidentes del pueblo Indígena. Esta cúpula tiene forma semiesférica y su diámetro es 4 metros, calcular el Área y Volumen de la cúpula.

A continuación, se desarrollará la solución del problema utilizando el Método de Polya.

Resolución del problema

Fases del Método de Polya

1. Comprensión del problema

¿Qué dice el problema?

El problema habla sobre una cúpula arquitectónica que tiene forma semiesférica.

¿Qué pide el problema?

Calcular el Área y Volumen de la cúpula.

¿Cuáles son los datos?

El dato principal es que tiene un diámetro de 4 metros.

¿Cuál es la condición del problema?

La condición es que es semiesférica y por tal razón la fórmula del Área y Volumen se dividirá entre dos, por lo que se trata de la mitad de una Esfera.

¿Es posible hacer una figura, un esquema o un diagrama?

Se pueden realizar dibujos o extraer imágenes que representen el enunciado del problema.

Figura 3: Cúpula de la plaza de San Ramón.



2. Concepción de un plan.

En esta segunda etapa se efectúa el planteamiento del problema, de acuerdo a la información que brinda su enunciado.

En el problema solo se conoce el diámetro, para calcular el radio este se dividirá entre dos.

Haciendo que:

D: es el diámetro y r: el radio, entonces este estará dado como:

$$r = \frac{D}{2}$$

Como la cúpula es semiesférica entonces las fórmulas para calcular el Área y Volumen son:

Área de la cúpula.

$$A_{SE} = \frac{4\pi r^2}{2}$$

$$A_{SE} = 2\pi r^2$$

Volumen de la cúpula.

$$V_{SE} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{2}$$

$$V_{SE} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

Como se observa las fórmulas quedaron denotas de otra forma por lo que se trata de una semiesfera.

2. Ejecución del plan

En esta fase se brinda el resultado del planteamiento del problema.

Solución:

Si el diámetro es 4 metros entonces el radio será:

$$r = \frac{D}{2} \quad r = \frac{4\text{metros}}{2} = 2 \text{ metros}$$

Al sustituir datos en las fórmulas se obtendrá un resultado.

Área de la cúpula.

$$A_{SE} = \frac{4\pi r^2}{2}$$

$$A_{SE} = 2\pi r^2$$

$$A_{SE} = 2(3.1416)(2m)^2 = 25.13 \text{ m}^2$$

Volumen de la cúpula.

$$V_{SE} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{2}$$

$$V_{SE} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$V_{SE} = \frac{2}{3}(3.1416)(2)^3 = 16.76 \text{ m}^3$$

Interpretación

La obra arquitectónica tiene un Área de 25.13 metros cuadrados y un Volumen de 16.76 metros cúbicos.

3. Visión retrospectiva

En el problema se necesitaba conocer el Área y Volumen de una semiesfera, una vez conocido el dato de su diámetro se procedió a dividirlo entre dos para calcular su radio, de igual manera por referirse a una semiesfera fue necesario dividir las fórmulas del Área y Volumen de la Esfera entre dos. Es un procedimiento que omitirlo sería erróneo en el problema por lo que se refiere a la mitad de una Esfera. Una vez sustituidos los datos y calculado su Área y Volumen es importante hacer una interpretación que dé respuesta al enunciado de la pregunta.

Así mismo se debe de realizar una revisión del problema, volver a leerlo, analizar los planteamientos de las actividades anteriores, verificar si se contestaron las preguntas que planteaba el problema y si la solución coincide con los datos planteados en el mismo.

Es decir, en casos difíciles e importantes es necesario verificar el razonamiento, para determinar de forma segura si los problemas tienen una solución correcta. Un buen profesor debe comprender y hacer comprender a sus estudiantes que ningún problema puede considerarse completamente terminado, siempre queda algo por hacer; mediante un estudio cuidadoso y una cierta concentración, se puede mejorar cualquier solución en todo caso siempre se pretende mejorar la comprensión de la solución.

2. En el centro de salud del municipio de San Ramón se atiende a un paciente al cual se le aplica suero intravenoso, tal que caen 46 gotas esféricas cada minuto. Suponiendo que la gota es aproximadamente de un milímetro de diámetro. ¿Cuántos mililitros de suero recibe el paciente por minuto?

Problema matemático aplicando las Fases del Método de Polya:

Fase I: Comprensión del problema.

¿Qué dice el problema?

Se refiere a la atención de un paciente en el centro de salud del Municipio de San Ramón al cual se le aplica suero intravenoso y las gotas que recibe tienen forma de una Esfera.

¿Qué pide el problema?

La cantidad de mililitros de suero intravenoso que recibe el paciente por cada minuto.

¿Cuáles son los datos?

Los datos principales son las 46 gotas que caen por cada minuto y el diámetro de cada gota, el cual es 1mm, por tal razón el radio es de 0.5mm.

¿Cuál es la condición del problema?

La condición del problema es que las gotas tienen forma esférica, por tal motivo se calculara el volumen de la esfera multiplicado por el total de gotas.

¿Es posible hacer figura, esquema o diagrama respecto a la situación planteada?

Se puede representar a través de un dibujo, o una fotografía tomada en el centro de salud que representa la veracidad del problema.

Figura 4: Suero intravenoso



Fase II: Concepción de un plan.

En esta segunda etapa hay que efectuar el planteamiento del problema, de acuerdo a la información que brinda.

En el problema solo se conoce el diámetro de una gota, para calcular su radio se dividirá entre dos.

Haciendo que:

D: es el diámetro y r: el radio, entonces este estará dado como:

$$D = 2r \text{ (Despejando)}$$

$$r = \frac{D}{2}$$

Volumen de la Esfera=Volumen de una gota.

Diámetro de la gota= $1mm$

Radio de la gota= $0.5mm$

La fórmula para calcular la cantidad de suero que contiene cada gota es la del Volumen de una Esfera por tratarse de una gota esférica.

$$V_{gota} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Para el total de líquido en mililitros recibidos por el paciente se deduce la siguiente fórmula.

$$V_{total} = V_{gota} \times \text{cantidad de gotas por minuto.}$$

Fase III: Ejecución del plan.

En esta tercera fase se brinda el resultado del planteamiento del problema:

Despejando la fórmula del diámetro de una Esfera, entonces el radio será:

$$D = 2r$$

$$r = \frac{D}{2}$$

$$r = \frac{1mm}{2} = 0.5mm$$

Sustituyendo los datos en las fórmulas se obtendrá el resultado del Volumen de líquido recibido por el paciente.

Volumen de la Esfera=Volumen de una gota.

$$V_{gota} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}(3.1416)(0.5mm)^3$$

$$V_{gota} = 0.5236 mm^3$$

Como el problema pide la cantidad de mililitros de suero que recibe el paciente entonces se debe convertir el volumen de la gota a mililitros debido a que un líquido no se debe medir en milímetros cúbicos como está en la fórmula del volumen de la Esfera, por tal razón se convierte de la siguiente manera:

Conversión:

$$1ml = 1000mm^3$$

$$X = 1mm^3$$

$$x = \frac{1mm^3 \times 1ml}{1000mm^3} = 0.001ml$$

Una vez conociendo que $1mm^3$ es igual a 0.001 mililitro , se precede a pasar el volumen de una gota que está en milímetros cúbicos a mililitros.

$$1mm^3 = 0.001ml$$

$$0.5636mm^3 = x$$

$$x = \frac{0.5636mm^3 \times 0.001ml}{1mm^3} = 0.0005236ml$$

Para el total de suero en mililitros recibidos por el paciente se deduce de la siguiente fórmula.

$$V_{total} = V_{gota} \times \text{cantidad de gotas por minuto.}$$

$$V_{total} = 0.0005236ml \times 46gotas = 0.0240856ml \text{ de cantidad de suero por minuto.}$$

Interpretación.

El paciente recibió 0.024085 ml de suero por cada minuto, ya que cada gota que recibía tenía una cantidad de $0.0005236ml$ de suero.

Fase IV. Visión Retrospectiva

Al problema se le dio respuesta en conocer la cantidad de suero que recibe un paciente por minuto sabiendo que una gota tiene un diámetro de $1mm$. Para esto fue necesario dividir el diámetro entre dos para poder calcular el radio. Una vez sustituido el radio en la fórmula del Volumen de una Esfera la cual corresponde a la cantidad de suero que tiene una gota, se procedió a multiplicar el total de gotas que recibió el paciente por minuto por la cantidad de suero que contiene cada una de las gotas y de esta forma se le dio respuesta a lo que pedía el problema, logrando así conocer la cantidad recibida de suero por el paciente.

Aquí se debe de realizar una revisión del problema, volver a leerlo, analizar los planteamientos de las actividades anteriores, verificar si se contestaron las preguntas que planteaba el problema y si la solución coincide con los datos planteados en el mismo.

Una vez aplicada la fórmula de la esfera y obtenida la cantidad de suero en milímetros cúbicos que tiene cada gota fue necesario convertirlo a mililitros para darle salida a la pregunta del problema, además se está hablando de sustancia en estado líquido por ello fue importante la conversión.

Es decir, en casos difíciles e importantes es necesario verificar el razonamiento, para determinar de forma segura si los problemas tienen una solución correcta.

3. En la Finca Esperanza Verde del Municipio de San Ramón se cultivan naranjas Washington. La dueña de la finca abona los árboles para aumentar la cantidad de jugo de sus frutas y supone que cada unidad tiene una cáscara de $100cm^2$ ¿Cuál es el radio de la naranja y cuál será la cantidad de jugo que se obtendrá de cada una de ellas?

Problema matemático aplicando las Fases del Método de Polya:

Fase I: Comprensión del problema.

¿Qué dice el problema?

El problema habla sobre la producción de naranja Washington cosechadas en la finca Esperanza Verde.

¿Qué pide el problema?

Calcular el radio y la cantidad de jugo que se obtendrá de cada naranja producida.

¿Cuáles son los datos?

El dato principal que presenta el problema es que cada naranja tiene una cáscara de 100cm^2 .

¿Cuál es la condición del problema?

La condición para resolver el problema es que las naranjas son esféricas.

¿Es posible hacer figura, esquema o diagrama respecto a la situación planteada?

Se pueden hacer dibujos que ilustren una naranja, además se pueden presentar fotos de naranjas en el lugar de cosecha.

Figura 5: Naranja esférica



Fase II: Concepción de un plan.

En esta segunda etapa hay que efectuar el planteamiento del problema, de acuerdo a la información que brinda.

La cáscara que tiene cada naranja es de 100cm^2 , por tal razón se utilizará la fórmula del Área de una Esfera para calcular el radio.

$$A = 100cm^2$$

Formula del Área de la Esfera= $4\pi r^2$

Para calcular el radio sustituimos el valor del Área.

$$\frac{A}{4\pi} = r^2 (\text{Despeje})$$

Una vez conocido el radio, se aplica la fórmula del Volumen de una Esfera para encontrar la cantidad total de jugo que contiene una de ellas.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Fase III: Ejecución del plan.

En esta tercera fase se brinda el resultado del planteamiento del problema:

Despejando la fórmula, entonces el radio será:

$$\frac{A}{4\pi} = r^2$$

Sustituir los datos en la fórmula ya despejada.

$$\frac{100cm^2}{4(3.1416)} = r^2$$

$$\frac{100cm^2}{(12.57)} = r^2$$

$$r^2 = 7.96 cm^2$$

$$r = \sqrt{7.96cm^2}$$

$$r = 2.82 cm$$

Una vez conocido el radio, para calcular la cantidad de jugo se utilizará la fórmula del Volumen de una Esfera.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3}(3.1416)(2.82 cm)^3$$

$$V = 93.95cm^3$$

Interpretación

El radio de las naranjas producidas es de 2.82 cm , y la cantidad de jugo que se puede obtener de cada naranja es de 93.95 cm^3 .

Fase IV. Visión Retrospectiva

Para calcular el total de jugo, que tiene cada naranja es necesario utilizar la fórmula del Área de la Esfera que representa el total de cascara que contiene cada una. Esto permitió calcular el radio a través de un despeje de su forma original. Una vez conocido el radio se procedió a realizar la sustitución de los datos obtenidos en la fórmula del Volumen de una Esfera, para obtener el total de jugo de cada naranja el cual permitió dar respuesta a la incógnita del problema.

Aquí se debe de realizar una revisión del problema, volver a leerlo, analizar los planteamientos de las actividades anteriores, verificar si se contestaron las preguntas que planteaba el problema y si la solución coincide con los datos planteados en el mismo.

Es decir, en casos difíciles e importantes es necesario verificar el razonamiento, para determinar de forma segura si los problemas tienen una solución correcta. Un buen profesor debe comprender y hacer comprender a sus estudiantes que ningún problema puede considerarse completamente terminado, siempre queda algo por hacer; mediante un estudio cuidadoso y una cierta concentración, se puede mejorar cualquier solución en todo caso siempre se pretende mejorar la comprensión de la solución.

En este problema debe aclararse al estudiante que no todas las naranjas tienen forma exactamente redonda. En el problema se hace una suposición de que la naranja es redonda, en este caso se le debe de presentar un objeto que tenga la forma esférica y que le de salida a la respuesta.

4. El docente de Educación Física del Instituto Nacional San Ramón imparte su clase de futbol con un balón que debe de tener una medida de 20 cm de diámetro. Sabiendo esto, calcule la superficie y la cantidad de aire que debe contener el balón.

Problema Matemático aplicando las Fases del Método de Polya:

Fase I: Comprensión del problema.

¿Qué dice el problema?

El problema habla sobre un balón de futbol el cual utiliza el docente para impartir su clase de Educación Física.

¿Qué pide el problema?

Calcular la superficie y la cantidad de aire que posee el balón.

¿Cuáles son los datos?

El dato principal del problema es que el diámetro que posee el balón es de 20 cm.

¿Cuál es la condición del problema?

La condición es que se sea un balón de forma esférica.

¿Es posible hacer figura, esquema o diagrama respecto a la situación planteada?

Se puede realizar un esquema que represente el balón que utiliza el docente en educación física.

Figura 6: Juego de futbol



Fase II: Concepción de un plan.

En esta segunda etapa hay que efectuar el planteamiento del problema, de acuerdo a la información que brinda.

Despejando la fórmula del diámetro de una Esfera, entonces el radio será:

$$D = 2r$$

$$r = \frac{D}{2}$$

La fórmula que se utilizará para calcular la Superficie será la siguiente.

$$A = 4\pi r^2$$

Para calcular el total de aire que contiene el balón se utilizará la siguiente fórmula.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Fase III: Ejecución del plan.

En esta tercera fase se brinda el resultado del planteamiento del problema:

$$r = \frac{D}{2}$$

$$r = \frac{20cm}{2} = 10cm$$

$$A = 4\pi r^2$$

$$A = 4(3.1416)(10cm)^2$$

$$A = 4(3.1416)(100cm^2)$$

$$A = 1256.65cm^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3}(3.1416)(10\text{ cm})^3$$

$$V = \frac{4}{3}(3.1416)(1000cm^3)$$

$$V = 4188.8cm^3$$

Interpretación.

La Superficie del balón utilizado en educación física de $1256.65cm^2$ y el total de aire del balón es de $4188.8cm^3$.

Fase IV. Visión Retrospectiva

Debido a que el problema pide calcular la superficie y la cantidad de aire que debe tener el balón de fútbol, el diámetro se debe dividir entre dos para calcular el radio. Una vez calculado el radio se debe sustituir el dato en las fórmulas ya deducidas del Área y Volumen de la Esfera para conocer la superficie y el total de aire del balón. Al realizar el procedimiento correctamente se le da respuesta a la pregunta del problema

Aquí se debe de realizar una revisión del problema, volver a leerlo, analizar los planteamientos de las actividades anteriores, verificar si se contestaron las preguntas que planteaba el problema y si la solución coincide con los datos planteados en el mismo.

Es decir, en casos difíciles e importantes es necesario verificar el razonamiento, para determinar de forma segura si los problemas tienen una solución correcta.

Un buen profesor debe comprender y hacer comprender a sus estudiantes que ningún problema puede considerarse completamente terminado, siempre queda algo por hacer; mediante un estudio cuidadoso y una cierta concentración, se puede mejorar cualquier solución en todo caso siempre se pretende mejorar la comprensión de la solución.

5. En la Casa del Niño del municipio de San Ramón se poseen luminarias Cilíndricas que contienen por dentro un bombillo con forma esférica. Suponiendo que está sobre una mesa y que desde el centro del bombillo se conecta una cuerda eléctrica que pega en los bordes de la lámpara para poder proyectar la luz ¿Deduzca la fórmula del Volumen del bombillo?

Resolución del problema aplicando los pasos del método de Polya.

Fase I. Comprensión del problema.

¿Qué dice el problema?

El problema habla sobre un bombillo esférico situado dentro de una luminaria cilíndrica con una cuerda que se le llamara radio.

¿Qué pide el problema?

Deducir la fórmula general del Volumen de la Esfera, en este caso el del bombillo.

¿Cuáles son los datos?

El dato principal es una Esfera de radio “r” y que se tiene una Esfera dentro de un Cilindro.

V = El Volumen de la Esfera.

V_1 = El Volumen del Cilindro que es igual a $\pi r^2 \times 2r = 2\pi r^3$.

V_2 = El Volumen del espacio comprendido entre la Esfera y el Cilindro.

Evidentemente: $V = V_1 - V_2$

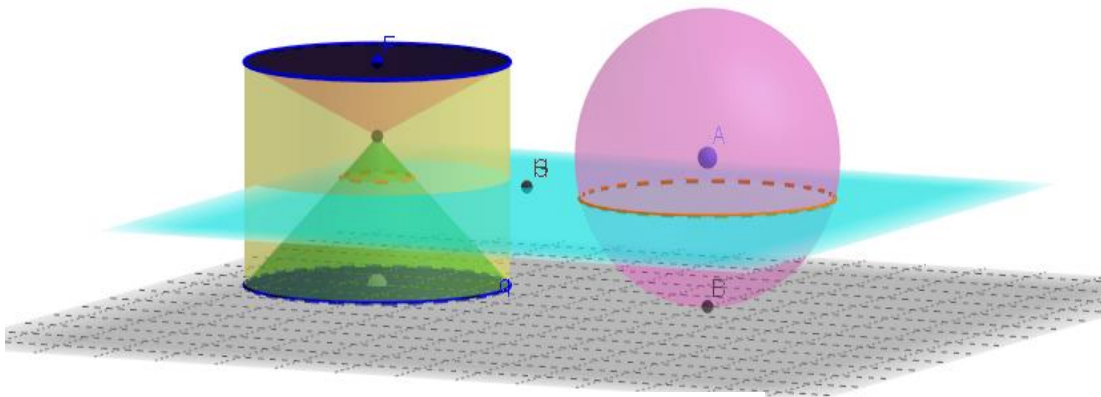
¿Cuál es la condición del problema?

La condición es que en este problema además de la luminaria es necesario otro cuerpo solido con las mismas Áreas de sus regiones circulares. Es decir, en este caso se dará la relación entre el Área de la luminaria y la del bombillo.

¿Es posible hacer figuras, esquema o un diagrama?

Se pueden hacer varias figuras que ayudaran a resolver el enunciado del problema, en algunos casos con significados geométricos.

Es importante formar un cuerpo que tenga regiones como la indicada en la imagen.

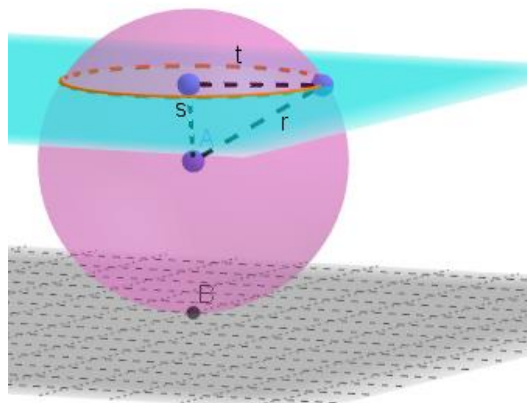


Fuente: Elaboración propia en geogebra.

Fase II. Concepción de un plan.

En esta segunda etapa se efectúa el planteamiento del problema, de acuerdo a la información que brinda su enunciado.

El primer paso que se debe de realizar es determinar las Áreas de las secciones transversales de la esfera. Esto es fácil, dada una Esfera de radio r , las secciones transversales son regiones circulares. Si la sección transversal está a una distancia s del centro y su radio es t , entonces, se sabe en virtud del teorema de Pitágoras que: $r^2 = t^2 + s^2$



Fuente: Elaboración propia en geogebra.

Por consiguiente, el Área del círculo a la distancia s del centro de la Esfera es:

$$A_s = \pi t^2$$

Teniendo un Área= $A_s = \pi t^2$ al sustituir los datos anteriores se obtendrá una nueva fórmula que tiene un significado geométrico. Es el Área de la región anular que está dentro de una circunferencia de radio r y fuera de una circunferencia de radio s , la cual formara una figura llamada anillo.

Luego se puede tomar un plano horizontal E , tangente a la Esfera. En el plano se puede formar una región circular de radio r la cual a su vez se utilizará como base para formar un Cilindro circular de altura $2r$, podemos nombrar como V al segmento vertical que une los centros de las bases, una vez teniendo el Cilindro formamos dos Conos con vértice V y con la tapa y el fondo del Cilindro como base de los mismos.

Luego se deduce que el cuerpo solido que está dentro del Cilindro y fuera de los Conos son precisamente anillos los cuales poseen regiones circulares con distancia s del punto medio v , y cada sección transversal tiene por área $\pi(r^2 - s^2)$.

En consecuencia, se sabe que el Volumen de este cuerpo solido es igual al Volumen de la luminaria.

Pero el Volumen del nuevo cuerpo solido es igual al Volumen del Cilindro menos los Volúmenes de los Conos.

Fase III. Ejecución del plan.

Primero se debe calcular el Área de la sección transversal.

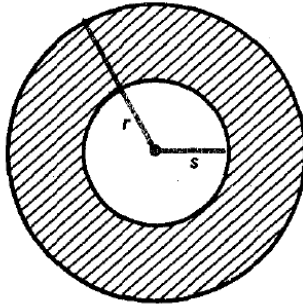
$$r^2 = t^2 + s^2$$

Entonces al despejar, se obtiene.

$$t^2 = r^2 - s^2$$

Por consiguiente, el Área de la sección a la distancia s es:

$$A_s = \pi t^2$$



Sustituyendo los datos.

$$A_s = \pi t^2$$

$$A_s = \pi(r^2 - s^2)$$

$$A_s = \pi r^2 - \pi s^2$$

Como las partes que están dentro del Cilindro y fuera de los Conos son anillos y el Volumen del cuerpo solido resultante es igual al Volumen de la luminaria. Entonces diremos que el Volumen del bombillo es igual al Volumen de la luminaria menos el Volumen de los dos Conos que se forman.

$$V = \pi r^2 \times 2r - 2 \times \frac{1}{3} \pi r^2 r \text{ Multiplicamos los radios}$$

$$V = 2\pi r^3 - \frac{2}{3} \pi r^3 \text{ Restamos}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ Fórmula del Volumen de la Esfera}$$

Es importante mencionar que, en el caso de la fórmula del Cilindro y el Cono, la altura del Cono es igual al radio que tiene el círculo de la base y la altura que posee un Cilindro es igual a dos veces su radio.

$$\text{Cono: } h = r$$

$$\text{Cilindro: } h = 2r$$

Interpretación:

Por Volumen de la luminaria, se entenderá como el Volumen de un cuerpo solido que es la reunión de la superficie esférica y su interior.

Denotado como

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ Fórmula del Volumen de la Esfera}$$

Fase IV. Visión Retrospectiva

Aquí se debe de realizar una revisión del problema, volver a leerlo, analizar los planteamientos de las actividades anteriores, verificar si se contestaron las preguntas que planteaba el problema y si la solución coincide con los datos planteados en el mismo.

Es decir, en casos difíciles e importantes es necesario verificar el razonamiento, para determinar de forma segura si los problemas tienen una solución correcta. Un buen profesor debe comprender y hacer comprender a sus estudiantes que ningún problema puede considerarse completamente terminado, siempre queda algo por hacer; mediante un estudio cuidadoso y una cierta concentración.

1. Si el docente de Matemática utilizará objetos reales que tengan la forma geométrica de una esfera, un cilindro y un cono, todos con 16 cm de diámetro ¿Crees que se pueda hacer alguna relación entre el Volumen de la Esfera utilizando estos objetos y agua?

Problema Matemático aplicando las Fases del Método de Polya:

Fase I: Comprensión del problema.

¿Qué dice el problema?

El problema habla sobre tener objetos que representen a una Esfera como un recipiente de vidrio o un balón, a un Cilindro y un Cono con diámetros de igual medidas para utilizarlos en la deducción de la fórmula del Volumen de la Esfera.

¿Qué pide el problema?

Realizar una comparación entre la fórmula de la Esfera con objetos del medio o materiales lúdicos a partir de los conocimientos previos que se poseen acerca del Cilindro y el Cono.

¿Cuáles son los datos?

El dato principal del problema es que el diámetro que poseen los recipientes es de 16 cm cada uno.

¿Cuál es la condición del problema?

La condición es que se consigan objetos que representen a una Esfera, un Cilindro y un Cono con igual diámetro.

¿Es posible hacer figura, esquema o diagrama respecto a la situación planteada?

Se puede realizar las figuras con cartulina o elaborarlos con zinc o comprados.

Fase II: Concepción de un plan.

En esta segunda etapa hay que efectuar el planteamiento del problema, de acuerdo a la información que brinda.

Los materiales que se utilizaran son los siguientes:



Fuente: Elaboración propia: Cono, Cilindro, Esfera

Los tres objetos tienen la misma altura e igual diámetro.

El Cono se utilizará para llenar con agua el cilindro y la esfera.

El Volumen del Cilindro es Igual a tres veces un cono.



El Volumen de la Esfera es igual a dos veces el Cono, por tal razón también se puede deducir que el Volumen de la Esfera es igual al volumen del Cilindro menos el del Cono.



Fase III: Ejecución del plan.

En esta tercera fase se brinda el resultado del planteamiento del problema:

$$V = \pi r^2 \times 2r - 2 \times \frac{1}{3} \pi r^2 r \text{ Multiplicamos los radios}$$



-2



$$V = 2\pi r^3 - \frac{2}{3}\pi r^3 \text{ Restamos}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ Fórmula del Volumen de la Esfera}$$



Interpretación.

La Fórmula del Volumen de una Esfera es igual a Dos Veces la de un Cono.

Fase IV. Visión Retrospectiva

Debido a que el problema pide deducir el Volumen de la Esfera, se utilizó el Cono y Cilindro para demostrar el Volumen de está con agua. Darle un valor agregado al método de Polya en la solución de problemas con materiales lúdicos permite al estudiante utilizar los conocimientos previos como lo es el del Cono y el Cilindro para consensuar los nuevos en este caso el de la Esfera.

Aquí se debe de realizar una revisión del problema, volver a leerlo, analizar los planteamientos de las actividades anteriores, verificar si se contestaron las preguntas que planteaba el problema y si la solución coincide con los datos planteados en el mismo.

Es decir, en casos difíciles e importantes es necesario verificar el razonamiento, para determinar de forma segura si los problemas tienen una solución correcta.

Un buen profesor debe comprender y hacer comprender a sus estudiantes que ningún problema puede considerarse completamente terminado, siempre queda algo por hacer; mediante un estudio cuidadoso y una cierta concentración, se puede mejorar cualquier solución en todo caso siempre se pretende mejorar la comprensión de la solución.

VI. Conclusiones

Con la realización de esta investigación, se llegaron a las siguientes conclusiones:

1. Los problemas que se están resolviendo, relacionados al Área y Volumen de la Esfera con estudiantes de décimo grado del Instituto Nacional San Ramón son problemas de rutina, ya que se pueden resolver ya sea sustituyendo simplemente nuevos datos en una fórmula o problema ya resuelto.
2. El proceso de resolución de los problemas de rutina sobre Área y Volumen de la Esfera, en décimo grado en el Instituto Nacional San Ramón se realiza de forma inmediata siguiendo una serie de pasos o algoritmos que permiten llegar a una solución de forma rápida, el cual no da ninguna invención, ni ningún desafío a la inteligencia de los estudiantes.
3. Los problemas resueltos no permiten en el estudiante desarrollar las capacidades básicas, respecto al análisis, razonamiento lógico y auto crítica, por la sencillez con que se trabajan estos problemas, el relacionarlo a la vida cotidiana no tendrá ninguna importancia para el aprendiz.
4. En la resolución de problemas sobre Área y Volumen de la Esfera el docente no aplica el Método de Polya, esto se debe por falta de conocimiento sobre cómo se realiza el proceso de aplicación del Método. Los estudiantes valoran el proceso de enseñanza aprendizaje como excelente, en una prueba realizada se constató lo contrario, no se evidencia la aplicación de ningún modelo de resolución de problemas, lo cual dificulta la comprensión de los estudiantes al momento de resolver el problema.

5. Se realizó una propuesta de resolución de problemas de aplicación, relacionados al cálculo de Área y Volumen de la Esfera, aplicando el Método de Polya con el fin de lograr una mejor comprensión en el estudiante, así como dar un aporte a los docentes en el proceso de enseñanza, con la iniciativa de lograr un aprendizaje significativo en los discentes.

VII. Bibliografía

- Alcántara, R & Alcántara, J (2016) Modelos de resolución de problemas aplicados durante el proceso enseñanza- aprendizaje de los números enteros con estudiantes del séptimo grado F y G, turno vespertino, Instituto Nacional Eliseo Picado, departamento de Matagalpa, municipio Matagalpa, primer semestre 2016.
- Baldor, J (1983). *Algebra y Trigonometría (primera ed.)* México: centro de Impresión Digital Cargraphics S.A.
- Centeno, G & Cabezas, F (2013). *Lenguaje algebraico aplicado en modelos de resolución de problemas matemáticos* (primera Ed). Matagalpa.
- Charnay, R (1994) Los problemas en la evaluación del aprendizaje matemático en la escuela obligatoria: Perspectivas de profesores y alumnos (primera ed.) México. Paidós
- Corso, L. N., & La Menza, R. A. (2006). *La Matemática: Del conflicto al dialogo*. (Primera ed.). Argentina: Copyright Aique Grupo Editor S.A .
- Escalante. (2015) Método de Polya en la resolución de problemas matemáticos. (Primera ed.) Guatemala.Huetenango s.a
- Dallura, L. (2008). *La Matemática y su didáctica en el primer y segundo ciclo de la educación general básica, un enfoque constructivista*. (Segunda ed.). Buenos Aires: Apique grupo editor.
- Dante, L. R. (2010). *Didáctica de la resolución de problemas en Matemática* (segunda ed.). México: publicaciones HISPANER.
- Gómez, P. (1995). *Profesor: No entiendo. Reflexiones alrededor de una experiencia en docencia de las Matemática* (tercera ed.). Bogotá: Centro de Impresión Digital Cargraphics S.A.
- Gutiérrez, Sequeira & y Sáenz (1998). *Matemática 3, SGS* (Primera ed.). San José, C.R: Ediciones FARBEN.
- Gutiérrez, L. (2008). *Mi Matemática útil, Educación secundaria* (primera ed.). Managua: Editorial HISPAMER.

- Kraudy, E & Hernández, M (2013). Modelos de resolución de problemas, aplicados en algebra y funciones, en educación secundaria, Departamentos de Jinotega y Matagalpa, Segundo semestre 2013. Matagalpa.
- López, J (1989) Enseñanza de la Geometría de Solidos (primera ed.). México: McGraw. Hill.
- Peña, J. (2015) Método de Polya en el diseño de la estrategia para facilitar la resolución de problemas relacionados con figuras planas. Valera. Cargraphics.SA.
- Polya, G. (1965). *Como plantear y resolver problemas* (primera ed.). México: Editorial Trillas S.A (Decimoquinta reimpresión, febrero 1989).
- Remesal, A (1999). Los Problemas en la evaluación del aprendizaje matemático. Tesis doctoral, Universidad de Barcelona. Disponible en www.Tesisenxaraxa.net/TESIS_UB/AVAILABLE. Recuperado el 20 de octubre del 2017.
- Rivera, R & Altamirano, Y (2013) Modelos de resolución de problemas de Inecuaciones lineales y cuadráticas, undécimo grado, Centro Escolar José Dolores Rivera, Jinotega, Segundo Semestre 2013, Matagalpa.
- Rubio, F. (2004). *Aprendizaje basado en la resolución de problemas* (segunda ed.). España: Printed Spain.
- Schoenfeld, A. (1965). Mathematical problema solving (Primera ed.) Orlando, Florida: Academic Press.
- Walsh, M, (2006). *Geometría básica* (primera ed.). Managua: Car grafich Managua.

VIII. Anexos

Anexo 1

Operacionalización de variables							
variable	Sub variable	Definición conceptual	Indicador	Pregunta	Escala de valores	Instrumento	Fuente
Resolución de problemas de la Esfera.		A fin de explicar una definición conceptual Según cruz Se “llama resolución de problemas al proceso de búsqueda y aplicación de un principio o conjunto de principios apropiados para encontrar la solución de un problema” (p.13).	Ejercicio	¿En qué medida son presentados los ejercicios por el docente?	a) Frecuentemente b) Regularmente c) Nunca	Encuesta	Estudiantes
				¿Con que grado de dificultad le gusta resolver problemas y ejercicios en el tema de la Esfera?	a) Muy fácil b) Fácil c) Difícil	Encuesta	Estudiantes
			Problema	¿El docente resuelve problemas de Matemática en el desarrollo de la clase?	a) Si b) No	Encuesta	Estudiantes
						Observación	Proceso de Enseñanza
				¿Con que propósito se debe presentar a los estudiantes situaciones problemáticas en Matemática?		Entrevista	Docente
				¿Qué tanto analiza usted un problema antes de resolverlo?	a) Mucho b) Poco c) Nada	Encuesta	Estudiante

Operacionalización de variables							
variable	Sub variable	Definición conceptual	Indicador	Pregunta	Escala de valores	Instrumento	Fuente
Resolución de problemas de la Esfera.		A fin de explicar una definición conceptual Según cruz Se “llama resolución de problemas al proceso de búsqueda y aplicación de un principio o conjunto de principios apropiados para encontrar la solución de un problema” (p.13).	Clasificación de problemas	¿Qué tipos de problemas resuelve con sus estudiantes en el tema de la Esfera?		Entrevista	Docente
				¿Qué problemas se resuelven en el tema de la Esfera?	a) Problemas para resolver b) Problemas para demostrar c) Problemas de rutina d) Problemas prácticos	Observación	Estudiantes
				¿Se imparten problemas de la Esfera relacionados con el entorno del estudiante?	a) Si b) no	Encuesta	Estudiante

Operacionalización de variables							
variable	Sub variable	Definición conceptual	Indicador	Pregunta	Escala de valores	Instrumento	Fuente
Resolución de problemas de la Esfera.		A fin de explicar una definición conceptual Según cruz Se “llama resolución de problemas al proceso de búsqueda y aplicación de un principio o conjunto de principios apropiados para encontrar la solución de un problema” (p.13).	Diferenci a entre ejercicio y problema	¿Podría hacer una breve descripción de los aspectos que diferencian a un ejercicio y un problema?		Entrevista	Docente
				¿El docente resuelve problema o ejercicios?	a) Ejercicios b) Problemas. c) Ambos	Observación	
				¿Antes de resolver un problema el docente hace preguntas exploratorias al estudiante?	a) Si b) No	Observación	Estudiantes
				¿El docente toma en cuenta y respeta las distintas formas de darle solución a un problema?	a) Siempre b) Algunas veces c) Nunca	Encuesta	Estudiantes

Operacionalización de variables							
variable	Sub variable	Definición conceptual	Indicador	Pregunta	Escala de valores	Instrumento	Fuente
Método de Polya		“Se llama método de resolución de problemas Polya a un sistema que clasifica y analiza las fases del proceso de resolución de problemas, las sugerencias y estrategias heurísticas, y los distintos aspectos de orden cognitivo, emocional, cultural, científico”. (Dante, 2010, pg.15).	Modelos de resolución de problemas	¿Por qué cree usted que es importante implementar métodos de resolución de problemas en los contenidos matemáticos?		Entrevista	Docente
				¿El docente da a conocer los pasos del modelo con que se está trabajando la clase de Matemática?	a) Si b) No	Encuesta	Estudiante
			Modelos de resolución de problemas	¿El docente al explicar un problema desarrolla estrategias que permitan en el estudiante una mejor comprensión?	a) Si b) No	Observación	Proceso de Enseñanza
			Método de Polya	¿Qué es para usted el método de Polya y cuál cree que es su propósito en la resolución de problemas?		Entrevista	Docente

Operacionalización de variables							
variable	Sub variable	Definición conceptual	Indicador	Pregunta	Escala de valores	Instrumento	Fuente
Método de Polya		“Se llama método de resolución de problemas Polya a un sistema que clasifica y analiza las fases del proceso de resolución de problemas, las sugerencias y estrategias heurísticas, y los distintos aspectos de orden cognitivo, emocional, cultural, científico”. (Dante, 2010, pg.15).	Método de Polya	¿Cuánto tiempo dedica en el día para estudiar problemas sobre el tema de la Esfera?	a) De 1 a 2 horas b) Más de dos horas c) Nada	Encuesta	Estudiante
				¿Los problemas presentados por el docente permiten al estudiante desarrollar sus capacidades básicas?	a) Mucho b) Poco c) Nada	Observación	Proceso de Enseñanza
				¿Cómo es la atención brindada por el docente a sus estudiantes en el desarrollo de un determinado contenido?	a) Muy buena b) Buena c) Mala	Observación	Proceso de enseñanza

Operacionalización de variables							
variable	Sub variable	Definición conceptual	Indicador	Pregunta	Escala de valores	Instrumento	Fuente
Método de Polya		<p>“Se llama método de resolución de problemas Polya a un sistema que clasifica y analiza las fases del proceso de resolución de problemas, las sugerencias y estrategias heurísticas, y los distintos aspectos de orden cognitivo, emocional, cultural, científico”. (Dante, 2010, pg.15).</p>	Fase del Método de Polya	¿Cómo motiva usted al estudiante para que muestre interés en la aplicación del método enseñado para la resolución de problemas?		Entrevista	Docente
				¿Es necesario entender un problema antes de resolverlo?	a) Si b) No	Encuesta	Estudiante
				¿Crees que escribir y organizar las ideas que surgen a la hora de analizar un problema facilita la resolución?	a) Mucho b) Poco c) Nada	Encuesta	Estudiante

Operacionalización de variables							
variable	Sub variable	Definición conceptual	Indicador	Pregunta	Escala de valores	Instrumento	Fuente
Método de Polya		<p>“Se llama método de resolución de problemas Polya a un sistema que clasifica y analiza las fases del proceso de resolución de problemas, las sugerencias y estrategias heurísticas, y los distintos aspectos de orden cognitivo, emocional, cultural, científico”. (Dante, 2010, pg.15).</p>	Fase del Método de Polya	¿Los estudiantes aportan ideas lógicas que ayudan a la comprensión de los problemas presentados por el docente?	a) Mucho b) Poco c) Nada	Observación	Proceso de Enseñanza
				¿El docente revisa en conjunto con sus estudiantes el procedimiento de los problemas resueltos para verificar la veracidad de la respuesta?	a) Constantemente b) Ciertas veces c) Nunca	Observación	Proceso de Enseñanza

Operacionalización de variables							
variable	Sub variable	Definición conceptual	Indicador	Problema	Respuestas	Instrumento	Fuente
Método de Polya		<p>“Se llama método de resolución de problemas Polya a un sistema que clasifica y analiza las fases del proceso de resolución de problemas, las sugerencias y estrategias heurísticas, y los distintos aspectos de orden cognitivo, emocional, cultural, científico”. (Dante, 2010, pg.15).</p>	Fases del Método de Polya.	<p>El docente de Educación Física del Instituto Nacional San Ramón imparte su clase de futbol con un balón que debe de tener una medida de 20 cm de diámetro. Sabiendo esto, calcule la cantidad de Cubierta (forro) del balón y la cantidad de aire que contiene una vez lleno.</p>	$D = 20cm$ $r = 10cm$ $A=1256.65 \text{ cm}^2$ $V =4188.8 \text{ cm}^3$	Encuesta	Estudiantes

Anexo 2



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA, MATAGALPA

UNAN-FAREM MATAGALPA

GUIA DE OBSERVACION

Objetivo: Determinar los aciertos y desaciertos acerca de los conocimientos adquiridos en la resolución de problemas en Área y Volumen de la Esfera, décimo grado, turno matutino, Instituto Nacional San Ramón, Matagalpa, segundo semestre 2017.

I. Datos generales:

Nombre del docente visitado: _____

Carrera: _____

Asignatura que imparte: _____

Centro de estudio: _____

Grado: _____ No estudiantes: _____ Fecha: _____

II. Resolución de problemas de la Esfera.

Marca con una X donde corresponda-

Resolución de problemas de la Esfera aplicando el método de Polya

- | | Sí | No |
|--|-------|-------|
| 1. El docente resuelve problemas de Matemática en el desarrollo de la clase. | _____ | _____ |
| 2. ¿Antes de resolver un problema el docente hace preguntas exploratorias al estudiante? | _____ | _____ |
| 3. ¿El docente al explicar un problema desarrolla estrategias que permitan en el estudiante una mejor comprensión? | _____ | _____ |
| 4. ¿El docente toma en cuenta y respeta las distintas formas de darle solución a un problema? | _____ | _____ |

Encierre donde corresponda.

1. ¿Qué problemas se resuelven en el tema de la Esfera?
 - a) Problemas para resolver_____
 - b) Problemas para demostrar_____
 - c) Problemas de rutina_____
 - d) Problemas prácticos_____

2. ¿El docente resuelve problema o ejercicios?
Ejercicios ☐ Problemas ☐ Ambos ☐

3. ¿Los problemas presentados por el docente permiten al estudiante desarrollar sus capacidades básicas?
Mucho ☐ Poco ☐ Nada ☐

4. ¿Cómo es la atención brindada por el docente a sus estudiantes en el desarrollo de un determinado contenido?
Muy buena ☐ Buena ☐ Mala ☐

5. Los estudiantes aportan ideas lógicas que ayudan a la comprensión de los problemas presentados por el docente
Mucho ☐ Poco ☐ Nada ☐

6. El docente revisa en conjunto con sus estudiantes el procedimiento de los problemas resueltos para verificar la veracidad de la respuesta.
Constantemente ☐ Ciertas veces ☐ Nunca ☐

Observaciones del visitante



FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA, MATAGALPA

UNAN-FAREM MATAGALPA

ENCUESTA A ESTUDIANTES

Centro de estudio: _____

Grado: _____, turno: _____

Estimados estudiantes: Estamos realizando una investigación con el objetivo de analizar la resolución de problemas en Área y Volumen de la Esfera. Este trabajo es de mucha importancia para el desarrollo de habilidades en la resolución de situaciones problemáticas las cuales son el centro de la ciencia Matemática.

I. Marque en la escala que corresponda con una (x).

1. ¿El docente resuelve problemas de Matemática en el desarrollo de la clase? Sí ☐ No ☐

2. ¿Se imparten problemas de la Esfera relacionados con el entorno del estudiante?
Sí ☐ No ☐

3. ¿Se dan a conocer los pasos del modelo con que se está trabajando el contenido de la Esfera?
Sí ☐ No ☐

4. ¿Es necesario entender un problema antes de resolverlo?
Sí ☐ No ☐

5. ¿En qué medida son presentados los ejercicios por el docente?
Frecuentemente ☐ Regularmente ☐ Nunca ☐

6. ¿Con qué grado de dificultad le gusta resolver ejercicios y problemas en el tema de la Esfera? Muy fácil ☐ Fácil ☐ Difícil ☐

7. ¿Qué tanto analiza usted un problema antes de resolverlo?
Mucho ☐ Poco ☐ Nada ☐

8. ¿Cuánto tiempo dedica en el día para estudiar problemas sobre el tema de la Esfera?
De 1 a 2 horas ☐ Más de dos horas ☐ Nada ☐

9. ¿Crees que escribir y organizar las ideas que surgen a la hora de analizar un problema facilita la resolución?

Mucho ☐ Poco ☐ Nada ☐

II. Resuelva el siguiente problema relacionado con la Esfera aplicando el Método que usted conozca.

2.1. El docente de Educación Física del Instituto Nacional San Ramón imparte su clase de futbol con un balón que debe de tener una medida de 20 cm de diámetro. Sabiendo esto, calcule la cantidad de Cubierta (forro) del balón y la cantidad de aire que contiene una vez lleno.

Anexo 4



UNIVERSIDAD
NACIONAL
AUTÓNOMA DE
NICARAGUA,
MANAGUA
UNAN - MANAGUA

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA, MATAGALPA UNAN-FAREM MATAGALPA

ENTREVISTA A DOCENTE DE LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICA, TURNO MATUTINO.

Estamos llevando a cabo una investigación sobre “Resolución de problemas en Área y Volumen de la Esfera, aplicando Método de Polya”, por lo que se solicita realizar la presente entrevista, cuyo objetivo es: Analizar la aplicación del Método de Polya en la resolución de problemas en Área y Volumen de la Esfera, décimo grado, turno matutino, Instituto Nacional San Ramón, Matagalpa, segundo semestre 2017. Agradecemos su valiosa colaboración.

I. DATOS GENERALES:

Nombre del profesor entrevistado: _____

Asignatura que imparte: _____

Grado: _____ N° estudiantes: _____ Fecha: _____

II. CUESTIONARIO.

1. ¿Con que propósito se debe presentar a los estudiantes situaciones problemáticas en Matemática?
2. ¿Qué tipos de problemas resuelve con sus estudiantes en el tema de la Esfera?
3. ¿Podría hacer una breve descripción de los aspectos que diferencian a un ejercicio y un problema?
4. ¿Qué es para usted un problema y cuáles son sus características?
5. ¿Por qué cree usted que es importante implementar métodos de resolución de problemas en los contenidos matemáticos?
6. ¿Qué es para usted el método de Polya y cuál cree que es su propósito en la resolución de problemas?
7. ¿Cómo motiva usted al estudiante para que muestre interés en la aplicación del método enseñado para la resolución de problemas?



FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA, MATAGALPA
UNAN-FAREM MATAGALPA

P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	p10
1	1	1	1	1	1	1	3	2	2
1	1	1	1	1	3	2	3	2	1
1	2	1	1	1	3	2	3	1	3
1	1	1	1	1	2	2	2	2	3
1	1	1	1	1	3	1	1	1	1
1	1	1	1	2	2	1	1	1	1
1	1	1	1	1	3	1	1	1	1
1	1	1	1	2	2	1	1	1	2
1	1	1	1	1	2	1	3	1	2
1	2	2	1	1	2	1	1	1	3
1	1	1	1	1	2	2	3	2	2
1	1	1	1	1	2	1	3	2	2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
1	1	1	1	1	2	2	3	2	2
1	1	1	1	1	1	2	3	1	2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
1	1	1	1	1	3	1	1	1	2
1	1	1	1	1	2	1	1	1	2
1	1	1	1	1	2	2	1	1	1
1	1	1	1	2	3	1	3	1	1
1	2	1	1	1	3	1	3	1	3
1	1	1	1	2	3	1	1	1	1
1	1	1	1	1	2	1	1	1	2
1	1	1	1	1	2	2	3	1	1
1	1	1	1	1	2	1	1	1	1
1	1	1	1	1	2	1	1	1	1
1	1	1	1	1	2	1	1	1	1
1	1	1	1	1	3	2	2	1	1
1	1	1	1	1	2	2	1	2	2
1	1	1	1	1	3	2	1	1	2
1	1	1	1	1	1	1	2	1	2
1	1	1	1	1	2	2	3	2	2
1	1	1	1	2	2	1	3	1	2
1	1	1	1	1	1	1	2	1	2
1	1	1	1	1	2	1	1	1	2
1	1	1	1	2	3	1	1	1	2
1	1	1	1	1	2	2	1	1	2
1	1	1	1	1	2	1	1	1	2
1	1	1	1	1	3	1	1	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	2	2	1	1	2
1	1	1	1	2	3	1	1	1	2
1	1	1	1	1	2	1	1	1	2
1	1	1	1	1	3	1	1	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	2	2	1	1	2
1	1	1	1	2	3	1	1	2	2

Simbologia

$P_1 = 1) = Si\ 2) = No$

$P_2 = 1) = Si\ 2) = No$

$P_3 = 1) = Si\ 2) = No$

$P_4 = 1) = Si\ 2) = No$

$P_5 = 1) = Frecuentemente\ 2) = Regularmente\ 3) = Nunca$

$P_6 = 1) = Muy\ fácil\ 2) = Facil\ 3) = Dificil$

$P_7 = 1) = Mucho\ 2) = Poco\ 3) = Nada$

$P_8 = 1) = De\ una\ a\ dos\ horas\ 2) = Más\ de\ dos\ horas\ 3) = Nada$

$P_9 = 1) = Mucho\ 2) = Poco\ 3) = Nada$

$P_{10} = 1) = Correcto\ 2) = Incorrecto\ 3) = Parcialmente\ correcto$



FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA, MATAGALPA

UNAN-FAREM MATAGALPA

RESULTADO DE ENTREVISTA A DOCENTE DE SECUNDARIA REGULAR

Centro de labor actual: Instituto Nacional San Ramón.

Fecha de entrevista: miércoles 11 de noviembre de 2014.

Preguntas	Respuesta	Preguntas	Respuesta
1. ¿Con que propósito se debe presentar a los estudiantes situaciones problemáticas en matemática?	Con el fin de relacionar la teoría con la práctica, además para desarrollar la capacidad de análisis comprender mejor el porqué de las situaciones que a diario vivimos en nuestro medio.	2. ¿Qué tipos de problemas resuelve con sus estudiantes en el tema de la esfera?	Problema que tengan que ver al Cálculo de Área y Volumen de la Esfera, con situaciones que tenemos en nuestro medio relacionada a la Esfera.
3. ¿Podría hacer una breve descripción de los aspectos que diferencian a un ejercicio y un problema?	Un ejercicio se refiere al cálculo de cantidades numéricas aplicando una formula, mientras que resolver un problema requiere de aplicar un análisis para después deducir datos y descubrir la formula a aplicar.	4. ¿Qué es para usted un problema y cuáles son sus características?	Un problema es un ejercicio en el cual se plantea con palabras y sus características son: la lectura, el análisis, extracción de datos y resolución.

Preguntas	Respuesta	Preguntas	Respuesta
5. ¿Por qué cree usted que es importante implementar métodos de resolución de problemas en los contenidos matemáticos?	Porque permite al estudiante comprender de una manera fácil la resolución de problemas.	6. ¿Qué es para usted el método de Polya y cuál cree que es su propósito en la resolución de problemas?	Es un método que está estructurado por un orden analógico, que permite al estudiante aplicar pasos correspondientes para comprobar y comprender la solución del ejercicio.
7. ¿Cómo motiva usted al estudiante para que muestre interés en la aplicación del método enseñado para la resolución de problemas?	Explicando detalladamente los pasos que se pueden utilizar y demostrando que la solución verifica lo que plantea el ejercicio (problema); después orientando a los estudiantes resolver problema de forma individual, pero con ayuda del docente.		

FACULTAD REGIONAL MULTIDISCIPLINARIA, MATAGALPA
UNAN-FAREM MATAGALPA

INFORME DE OBSERVACIONES REALIZADAS AL DOCENTE DE MATEMATICA EN EL INSTITUTO NACIONAL SAN RAMON

N°	Criterios	RESPUESTAS A LAS PREGUNTAS OBSERVADAS	OBSERVACION CON RESPECTO A LA PREGUNTA
1	¿El docente resuelve problemas de matemática en el desarrollo de la clase?	El docente únicamente resuelve problemas de rutina.	Los problemas no permiten al estudiante desarrollar el pensamiento crítico.
2	¿Antes de resolver un problema el docente hace preguntas exploratorias al estudiante?	El docente hace pregunta exploratorias pero solo respecto a ejercicios.	El docente solo resuelve problemas de rutina.
3	¿El docente al explicar un problema desarrolla estrategias que permitan en el estudiante una mejor comprensión?	El docente no utiliza ninguna estrategia ni material didáctico.	Esto permite que los estudiantes estén más distraídos y no muestren interés en la clase.
4	¿El docente toma en cuenta y respeta las distintas formas de darle solución a un problema?	El docente resuelve problemas de rutina sin tomar en cuenta la opinión de los estudiantes.	Los problemas resueltos por el docente no presentan un reto para el estudiante.
5	¿Qué problemas se resuelven en el tema de la Esfera?	Problemas de rutina.	Se resuelven siguiendo pasos ya establecidos.

N°	Criterios	RESPUESTAS A LAS PREGUNTAS OBSERVADAS	OBSERVACION CON RESPECTO A LA PREGUNTA
6	¿El docente resuelve problema o ejercicios?	Resuelve problemas de rutina.	
7	¿Los problemas presentados por el docente permiten al estudiante desarrollar sus capacidades básicas?	Los problemas presentados por el docente no exigen un análisis por parte del estudiante.	Los problemas de rutina no permiten desarrollar las capacidades básicas del estudiante.
8	¿Cómo es la atención brindada por el docente a sus estudiantes en el desarrollo de un determinado contenido?	El docente brinda poca atención a sus estudiantes.	El docente en pocas ocasiones acompaña a sus estudiantes en su proceso de aprendizaje.
9	Los estudiantes aportan ideas lógicas que ayudan a la comprensión de los problemas presentados por el docente	El aprendiz pocas veces aporta ideas durante la resolución de los problemas presentados.	Esto se debe a que el docente solo resuelve problemas de rutina lo cual no exige un dialogo durante la sesión de clase.
10	El docente revisa en conjunto con sus estudiantes el procedimiento de los problemas resueltos para verificar la veracidad de la respuesta.	No se observó en ninguna ocasión que el docente revisara en conjunto con sus estudiantes la solución de los problemas	El docente resuelve los problemas sin verificar si la respuesta es correcta.

Anexo 8

Aplicación de Instrumentos (Encuesta)



Aplicación de Instrumentos (Encuesta)

